

Transformée de Laplace et fonction de transfert

Niveau : S5 Electromécanique

EXERCICE 1 : 1- Déterminer les transformées de Laplace des fonctions suivantes :

$$f(t) = 2 e^{-7t} - 4 e^t; \quad f(t) = \sin t$$

2- Par deux méthodes différentes, déterminer la TL Déterminer la transformée de Laplace de la fonction :

$$f(t) = \frac{d(e^{-3t})}{dt}$$

en utilisant la propriété suivante : $L \left[\frac{df}{dt} \right] = p F(p) - f(0^+)$ ou $F(p) = L[f(t)]$ **EXERCICE 2 :** Déterminer la transformée inverse de Laplace de la fonction suivante :

$$F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2 + 1} \quad \text{En utilisant la propriété suivante : } L[f(t-T)] = e^{-pT} F(p) \text{ ou } T > 0$$

$$\text{et } f(t-T) = 0 \text{ pour } t \leq T$$

EXERCICE 3 : On se propose d'utiliser la transformée de Laplace pour résoudre des équations différentielles.1. On considère l'équation différentielle $y' + y = e^t U(t)$, $y(0) = 1$.Soit y une fonction causale solution de l'équation dont on suppose qu'elle admet une transformée de Laplace F . Démontrer que F satisfait l'équation $F(p) = p / [(p-1)(p+1)]$. En déduire y .2. Sur le même modèle, résoudre l'équation différentielle $y'' - 3y' + 2y = e^{3t} U(t)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.**EXERCICE 4 :** 1-Tracer le graphe et calculer la transformée de Laplace des fonctions suivantes :

$$1. U(t-1) - U(t-2) \quad 2. U(t-2)(t-2)^2$$

2- Soit la fonction $g(t)$ définie par :

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < a; \text{ avec } a > 0 \\ T & \text{si } a \leq t < b \\ 0 & \text{si } t \geq b \end{cases}$$

Représenter graphiquement la fonction $g(t)$ et calculer sa transformée de Laplace

EXERCICE 5: Dans un circuit comprenant en série un condensateur de capacité C et une résistance R , la tension v aux bornes du condensateur est donnée par $RCv'(t)+v(t)=e(t)$ où $e(t)$ est la tension d'excitation aux bornes du circuit. Supposons que $v(0)=0$. Notons $V=L(v)$ et $E=L(e)$.

1. Établir la relation entre V et E sous forme $V(p)=T(p)E(p)$ avec une fonction T que l'on déterminera. La fonction T est appelée fonction de transfert.
- En déduire la réponse du système, c'est-à-dire la tension $v(t)$, aux excitations suivantes :
 1. un échelon de tension, $e(t)=U(t)$
 - un créneau $e(t)= U(t)- U(t-t_0)$
2. Tracer les graphes correspondants.

EXERCICE 6 : Retrouver l'originale des transformée de Laplace suivantes : 1. $\frac{1}{(p+1)(p-2)}$.

. On pourra chercher a, b tels que $\frac{1}{(p+1)(p-2)} = \frac{a}{p+1} + \frac{b}{p-2}$.

2. $\frac{e^{-2p}}{p+3}$.

3. $\frac{5p+10}{p^2+3p-4}$. On pourra chercher a et b tels que

$$\frac{5p+10}{p^2+3p-4} = \frac{a}{p+4} + \frac{b}{p-1}$$

EXERCICE 7 : Mise en équation d'un système électrique du second ordre

On considère le montage électrique représenté sur la Figure a. On injecte dans ce système un signal d'entrée $e(t)$ correspondant à un échelon de tension de 0 à 5 V.

Déterminer l'équation différentielle qui lie $e(t)$ à la tension de sortie $s(t)$.

En déduire la fonction de transfert du système.

