تمهيد:

في هذه المحاضرة سوف يتم تناول أساليب التنبؤ الكمية وذلك من خلال التطرق إلى:

- التنبؤ البسيط.
- الطريقة البيانية لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية.
- التنبؤ باستخدام خط التوجه العام.

1. التنبؤ البسيط:

أ. **التنبؤ البسيط**: أو ما يعرف بالطريقة البسيطة وهي اعتماد آخر مشاهدة كتوقع للقيمة في الغد.

مثال: إذا كانت مبيعات يوم الاثنين 2000 دج نتوقع أن تكون مبيعات يوم الثلاثاء هي 2000 دج كذلك.

ب. **التنبؤ البسيط والموسمية**: يمكن بتعديل بسيط أخد الموسمية في الحسبان عند استعمال الطريقة البسيطة، وذلك بأخذ قيمة المتغير في الموسم نفسه من الفترة الماضية.

مثال: التنبؤ بمبيعات شهر مارس المقبل نأخذ في الحسبان مبيعات شهر مارس للسنة الماضية، ولتنبؤ بمبيعات شهر جوان نأخذ مبيعات جوان الماضي وهكذا.

ت. **التنبؤ البسيط والزيادة النسبية**: يمكن أيضا للطريقة البسيطة استيعاب الزيادة أو الانخفاض الحاصل بين فترتين متتاليتين، مثلا إذا جاءت مبيعات شهر جانفي 1000 دج ومبيعات فيفري 1100 دج، فيمكن أن ندخل هذه الزيادة في توقعات مبيعات مارس، فنتوقع مبيعات قدرها مثلا 1200 دج. وإذا جاءت مبيعات مارس 1300 أي بزيادة قدرها 200 دج بدلا من 100 دج، فنتوقع أن تكون مبيعات أفريل بنفس الزيادة، فنتوقع مبيعات بـ 1500.

ملاحظة: ميزة هذه الطريقة هي البساطة وهي طريقة معقولة وتعطي توقعات مقبولة خاصة عندما تكون المتغيرة تتباين أفقيا أو يكون لها توجه أو موسمية مستقرة وبتغيرات عشوائية ضئيلة وإلا فإن خطأ التقدير يكون كبيرا.

2. الطريقة البيانية لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية :

تعرف بطريقة التمهيد باليد وهي من أبسط طرق إيجاد الاتجاه العام للسلسلة، إلا أنها أقل دقة نظرا لاعتمادها على التقديرات الشخصية في عملية التمهيد، كون عملية التمهيد تختلف من شخص إلا أخر. تتلخص خطوات هذه الطريقة فيما يأتي:

- ✓ إسقاط كافة نقاط السلسلة الزمنية على المحورين للشكل الانتشاري المتمثلة بالمحور الأفقي الذي يمثل الزمن (t)، والمحور العمودي الذي يمثل قيم الظاهرة (y)، وفقا لاحداثياتها

$$\left[(t_1,y_1);(t_2,y_2);..........;(t_n,y_n)\right]$$

- ✓ رسم خط مستقيم يمر بأكبر عدد ممكن من النقاط، لتمثيل الظاهرة أفضل تمثيل واختيار **نقطتين تقعان على الخط الممهد** لاعتمادها في إيجاد خط الاتجاه العام وفقا للمعادلة التالية:

$$\frac{\hat{y}-y_1}{t-t_1}=\frac{y_2-y_1}{t_2-t_1}$$

- ✓ نحصل على معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة وهذا بعد تبسيط العلاقة أعلاه على النحو التالي:

حيث أن:

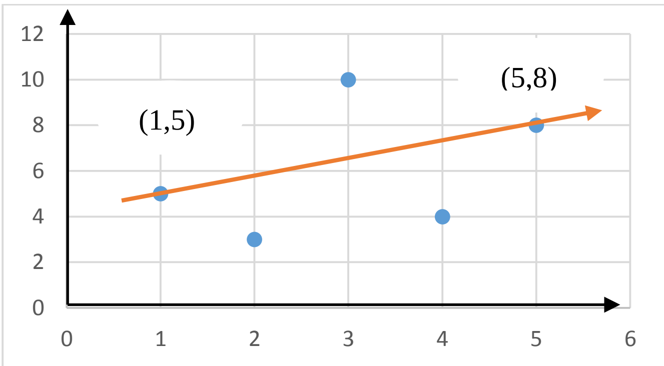
$$\hat{Y}=\hat{a}+\hat{a}_1\,t$$

- ✓ $\hat{Y}$: تمثل القيمة التقديرية للظاهرة.
- ✓ t: تمثل الزمن.
- ✓ $\hat{a},\hat{a}_1$: معلومات خط الاتجاه العام للسلسلة التي تم الحصول عليها بالتمهيد باليد.

مثال: لتكن لديك البيانات التالية والمطلوب إيجاد خط الاتجاه العام باستخدام طريقة التمهيد باليد.

السنوات	2010	2011	2012	2013	2015
المبيعات (الوحدة طن)	5	3	10	4	8

الحل: قبل البدأ بعملية الرسم نقوم بإعطاء ترتيب للسنوات وتحديد احداثيات النقاط على النحو التالي:



الاحداثيات (t_i,Y_i)	Y	t
(1,5)	5	1
(2,3)	3	2
(3,10)	10	3
(4,4)	4	4
(5,8)	8	5

- إيجاد معادلة الاتجاه العام وفقا للعلاقة التالية:

$$\frac{\hat{y}-y_1}{t-t_1}=\frac{y_2-y_1}{t_2-t_1}$$

بما أن خط الاتجاه العام يمر بالنقطتين $(t_1,y_1)=(1,5)$، $(t_2,y_2)=(5,8)$

وعليه فإن: $\frac{\hat{y}-5}{t-1}=\frac{8-5}{5-1}$

- بتبسيط العلاقة أعلاه، نحصل على معادلة خط الاتجاه العام كالآتي:

$$\frac{\hat{y}-5}{t-1}=\frac{3}{4}\Rightarrow 4(\hat{y}-5)=3(t-1)\Rightarrow 4\hat{Y}-20=3t-3$$
$$\Rightarrow 4\hat{Y}=17+3t\Rightarrow \hat{Y}=\frac{17}{4}+\frac{3}{4}t\Rightarrow \hat{Y}=4.25+0.75t$$

إذن خط الاتجاه العام:

$$\hat{Y}=4.25+0.75t$$

التنبؤ:

$$t=6\Rightarrow$$
$$\hat{Y}=4.25+0.75(6)=8.75$$

3.التنبؤ باستخدام خط التوجه العام :

3.1طريقة التنبؤ باستخدام خط التوجه : على اعتبار أن السلسلة تحتوي على متغيرين أحدهما مستقل ويمثل الزمن سواء بالسنوات أو بالشهور و.....، ومتغير تابع والذي يمثل قيم الظاهرة محل الدراسة.

ليكن T أصل التنبؤ وهو اللحظة التي نريد منها تكوين التنبؤ انطلاقا من بيانات سابقة ($y_1, y_2, \ldots y_T$)، فإذا كانت الظاهرة لا تتضمن مكون الدورة ولا مكون الموسمية، فيمكن التنبؤ للأفق h باستخدام مكون التوجه ونكتب:

$$\hat{y}_t(h)=f(T+h)$$

الدالة التي نريد استخراجها هي كما يلي: $\hat{y}_t=a(t)+b$

يحسب معامل الانحدار(a) والثابت(b) في الدالة بطريقة المربعات الصغرى كما يلي:

$$a=\frac{\sum(t-m_t)(y_i-m_y)}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)^2} \qquad m_t=\frac{n+1}{2} \qquad m_y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$$

أما طريقة حساب b فكما يلي:

$$b=m_y-a(m_t)$$

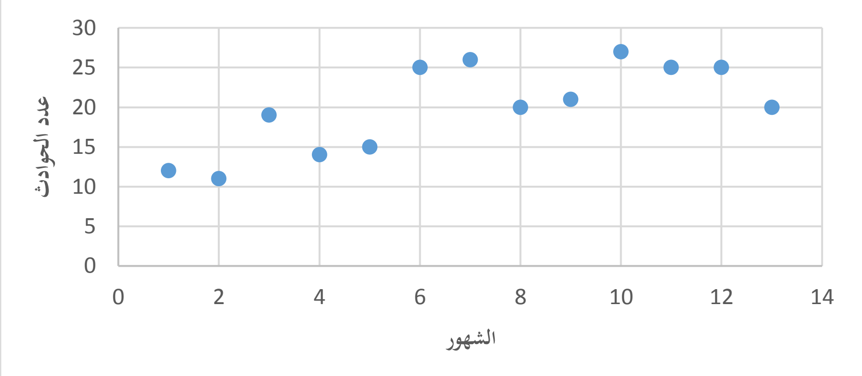
مثال: لتكن السلسلة الزمنية التالية والتي تمثل عدد حوادث المرور المسجلة في طريق معين على مدى 13 شهرا.

الشهور	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
عدد الحوادث	12	11	19	14	15	25	26	20	21	27	25	25	20

المطلوب:

- أرسم شكل الانتشار. هل تلاحظ وجود مكون التوجه؟
- أحسب معاملات دالة التوجه وقدم تفسير لها ثم أكتب الدالة.
- أحسب عدد حوادث المرور المتوقعة للشهرين الموالين (14 و15).
- أحسب معامل التحديد، ما مدلوله.

الحل: رسم شكل الانتشار.



من الواضح أن الرسم البياني يظهر توجها عاما خطيا، ولذلك من المناسب استخراج دالة التوجه العام باستخدامك طريقة المربعات الصغرى واستخدامها في التنبؤ.

- حساب المعاملات

معادلة التوجه العام تكتب بالعلاقة التالية:

$$\hat{y}_t = a(t) + b$$

حيث نحسب a :

$$a = \frac{\sum (t-m_t)(y_i-m_y)}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)^2} \qquad m_t = \frac{n+1}{2} \qquad m_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

أما طريقة حساب b فكما يلي:

$$b = m_y - a(m_t)$$

t	y_i	$(t-m_t)$	(y_i-m_y)	$(t-m_t)(y_i-m_y)$	$(t_i-m_t)^2$
1	12	-6	-8	48	36
2	11	-5	-9	45	25
3	19	-4	-1	4	16
4	14	-3	-6	18	9
5	15	-2	-5	10	4
6	25	-1	5	-5	1
7	26	0	6	0	0
8	20	1	0	0	1
9	21	2	1	2	4
10	27	3	7	21	9
11	25	4	5	20	16
12	25	5	5	25	25

13	20	6	0	0	36	
				188	**182**	

بالعودة للحسابات نجد أن:

إذن معادلة التوجه العام هي: $\hat{y}_t = 1.033(t) + 12.77$

- التفسير:

أ.تفسير الميل a: في المتوسط يزيد (y) من فترة إلى أخرى بقيمة a. هنا نقول بالمتوسط يزيد عدد الحوادث من شهر إلى آخر بمقدار 1.03.

ب.تفسير الثابت b: هو القيمة التي تأخذها المتغيرة أو الظاهرة في اللحظة 0. هنا لا يوجد تفسير منطقي.

$$m_t = \frac{n+1}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$m_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{260}{13} = 20$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i - m_t)(y_i - m_y)}{\sum_{i=1}^{n}(t_i - m_t)^2} = \frac{188}{182} = 1.033$$

$$b = 20 - 1.033(7) = 12.77$$

عملية التنبؤ: للقيام بعملية التنبؤ نقوم بالتعويض في دالة الاتجاه العام.

$$\hat{y}_t = 1.033(t) + 12.77$$

$$\hat{y}_{14} = 1.033(14) + 12.77 = 27.232$$

$$\hat{y}_{15} = 1.033(15) + 12.77 = 28.265$$

2.3.تقييم تمثيل خط التوجه لبيانات السلسلة من خلال معامل التحديد (R^2)

جودة تمثيل البيانات من قبل الدالة يتفاوت حسب قوة العلاقة بين المتغيرة والزمن، فكلما كانت العلاقة قوية كلما كانت الدالة المستخرجة مفيدة في التنبؤ. لتقييم مدى تمثيل دالة الاتجاه للبيانات يتم استخدام معامل التحديد R^2. هذا الأخير هو مؤشر يمثل نسبة تباين المتغير (Y) المفسر بالزمن. قيمة هذا المعامل تتراوح بين 0 و 1 وكلما اقتربت من 1 دل ذلك على جودة تمثيل خط التوجه للسلسلة؛ أي قرب نقاط السحابة من خط التوجه وبالتالي دقة التقدير المتحصل عليه، في المقابل كلما أقترب من 0 دل على ضعف تمثيل البيانات بدالة التوجه.

لحساب معامل التحديد نقوم بحساب معامل الارتباط لبيرسون بين قيم الظاهرة (Y) والزمن (t) ثم نربع معامل الارتباط.

$$r_{ty}=\frac{Cov(t,y)}{\sigma_t.\sigma_y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)(y_i-m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)^2}.\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-m_y)^2}}$$

بعد حساب معامل الارتباط نقوم بعملية التربيع للحصول على معامل التحديد R^2.

$$R^2=r_{ty}{}^2=\frac{\left[\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)(y_i-m_y)\right]^2}{\left[\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)^2}.\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-m_y)^2}\right]^2}=\frac{\left[\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)(y_i-m_y)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-m_y)^2}$$

بالعودة للمثال نقوم بحساب معامل الارتباط بيرسون ثم معامل التحديد.

t	$(t-m_t)(y_i-m_y)$	$(t_i-m_t)^2$	$(y_i-m_y)^2$
1	48	36	64
2	45	25	81
3	4	16	1
4	18	9	36
5	10	4	25
6	-5	1	25
7	0	0	36
8	0	1	0
9	2	4	1
10	21	9	49
11	20	16	25
12	25	25	25
13	0	36	0
	188	182	368

أ. حساب معامل الارتباط r_{ty}

$$r_{ty}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)(y_i-m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)^2}.\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-m_y)^2}}=\frac{188}{\sqrt{182}.\sqrt{368}}=0.726$$

ب. حساب معامل التحديد R^2

$$R^2=r_{ty}{}^2=(0.726)^2=0.527$$

$$R^2=\frac{\left[\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)(y_i-m_y)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-m_t)^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-m_y)^2}=\frac{(188)^2}{182\times 368}=0.527$$

تفسير معامل التوجيه: في هذه الدالة معامل التحديد في حدود 0.53، أي أن الزمن يفسر 52 % من قيمة الظاهرة المدروسة (عدد الحوادث)، وهي نسبة ليست عالية جدا لكنها كافية لتبرير صياغة الدالة واستخدامها، فهي تدل على وجود علاقة خطية بين المتغيرة والزمن.