

2

Amélioration de la qualité de l'image

2.1 Introduction

Ce chapitre expose des méthodes dans le domaine spatial. Le terme *domaine spatial* désigne l'ensemble des pixels composant une image. Les méthodes dans le domaine spatial sont des procédures qui traitent directement ces pixels et ce sont définis par l'expression:

$$g(x, y) = T[f(x, y)] \quad (2.1)$$

où $f(x, y)$ est l'image d'entrée, $g(x, y)$ est l'image résultante, et T est un opérateur sur f , défini sur un voisinage de (x, y) .

L'approche principale pour définir un voisinage autour d'un point (x, y) est d'utiliser une fenêtre carrée ou rectangulaire centrée en (x, y) , tel que montré sur la Fig. 2.1. Le centre de la fenêtre est déplacé d'un pixel à un autre commençant, par exemple, en haut à gauche. L'opérateur T est appliqué à chaque point (x, y) pour donner le résultat $g(x, y)$ à ce point.

La forme la plus simple de T est quand le voisinage est de taille 1×1 . Dans ce cas, g ne dépend que de la valeur de $f(x, y)$, et T devient une fonction de transformation de *niveau de gris* (ou d'*intensité*) de la forme

$$s = T(r) \quad (2.2)$$

où r et s sont des variables représentant les niveaux de gris $f(x, y)$ et $g(x, y)$, respectivement, en tout point (x, y) .

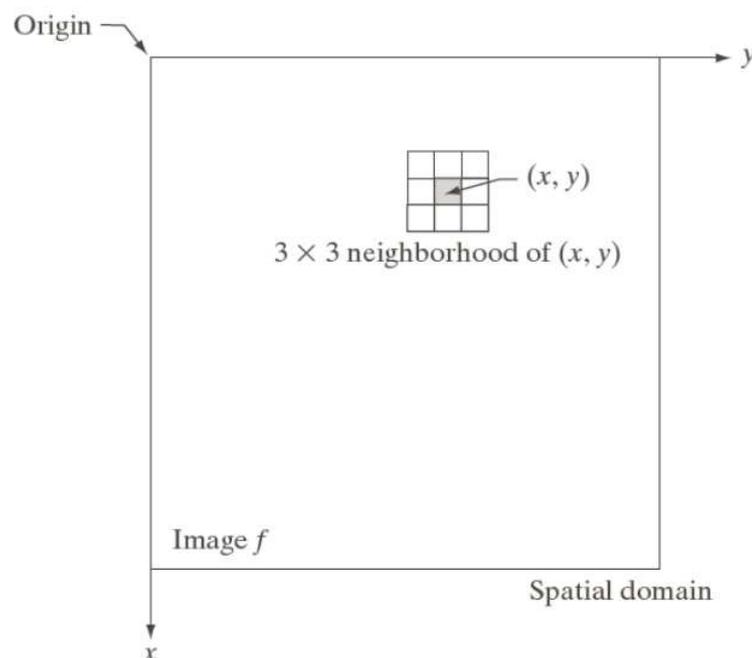


FIG. 2.1: Voisinage 3×3 d'un point (x, y) dans une image.

2.2 Quelques transformations de base

Nous commençons l'étude des techniques d'amélioration de la qualité de l'image par les transformations des niveaux de gris qui sont les plus simples parmi toutes les techniques. Ces transformations sont définies par la formule $s = T(r)$, où T est une transformation qui mappe une valeur de pixel r en une valeur de pixel s . Les valeurs de la fonction de transformation sont généralement stockées dans un tableau unidimensionnel et la fonction T est implémentée via des tables lookup. Par exemple, pour une image avec $k = 8$ -bits, une table lookup doit contenir 256 entrées. La Fig. 2.2 montre trois types de fonctions utilisés fréquemment pour l'amélioration de l'image: *linéaire*, *logarithmique* et *exponentielle*.

2.2.1 Négatifs de l'image

Le négatif d'une image dont les niveaux de gris sont dans l'intervalle $[0, L - 1]$ est obtenu en utilisant la transformation négative représentée sur la Fig. 2.2 donné par

$$s = L - 1 - r \quad (2.3)$$

Cette opération produit un effet équivalent au négatif photographique. Ce type de traitement est convenable pour améliorer les détails blancs ou gris inclus dans des zones sombres d'une image, en particulier lorsque les zones noires sont de taille dominante.

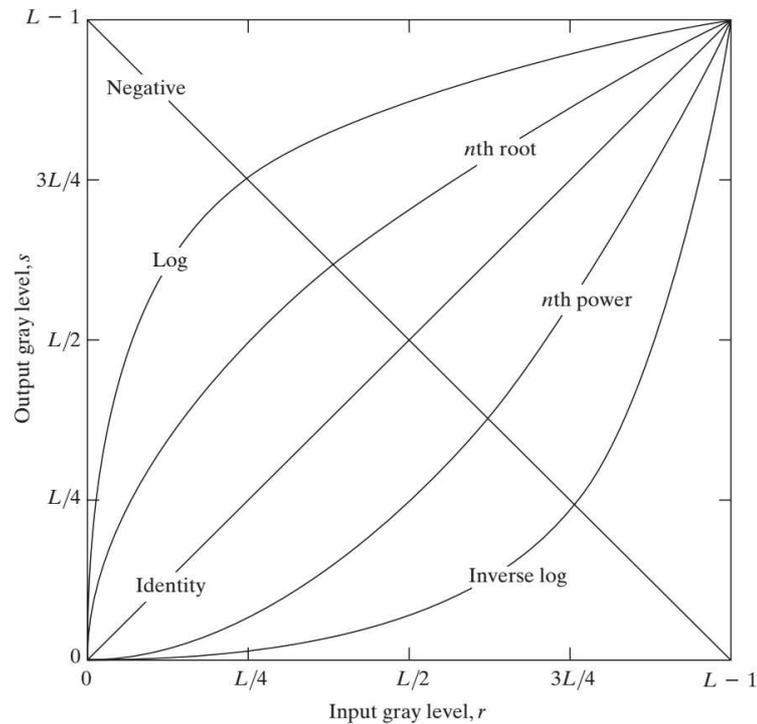


FIG. 2.2: Quelques fonctions de base pour la transformation des niveaux de gris utilisées pour l'amélioration de la qualité de l'image.

2.2.2 Transformations logarithmiques

La forme générale de la transformation logarithmique montrée sur la Fig. 2.2 est:

$$s = c \log(1 + r) \quad (2.4)$$

où c est une constante, et on suppose que $r \geq 0$. La forme de la courbe logarithmique de la Fig. 2.2 montre que cette transformation mappe un intervalle étroit des niveaux de gris de l'image d'entrée vers un intervalle plus large des niveaux de gris de sortie. L'inverse est vrai avec la transformation log inverse.

La Fig. 2.3(a) montre un spectre de Fourier avec des valeurs dans l'intervalle $[0, 1.5 \times 10^6]$. Lorsque ces valeurs sont échelonnées linéairement et affichées dans un système de 8-bits, les pixels les plus clairs domineront l'affichage, au détriment des petites valeurs du spectre. L'effet de cette dominance est illustré par la petite surface non noire de l'image de la Fig. 2.3(a). Si on applique d'abord l'Eq (2.4) (avec $c = 1$ dans ce cas) aux valeurs du spectre, alors l'intervalle du résultat devient $[0, 6.2]$. La Fig. 2.3(b) montre le résultat de l'échelonnement et l'affichage du nouveau spectre avec 8-bits. Noter la richesse des détails dans cette image par rapport à l'affichage direct du spectre.

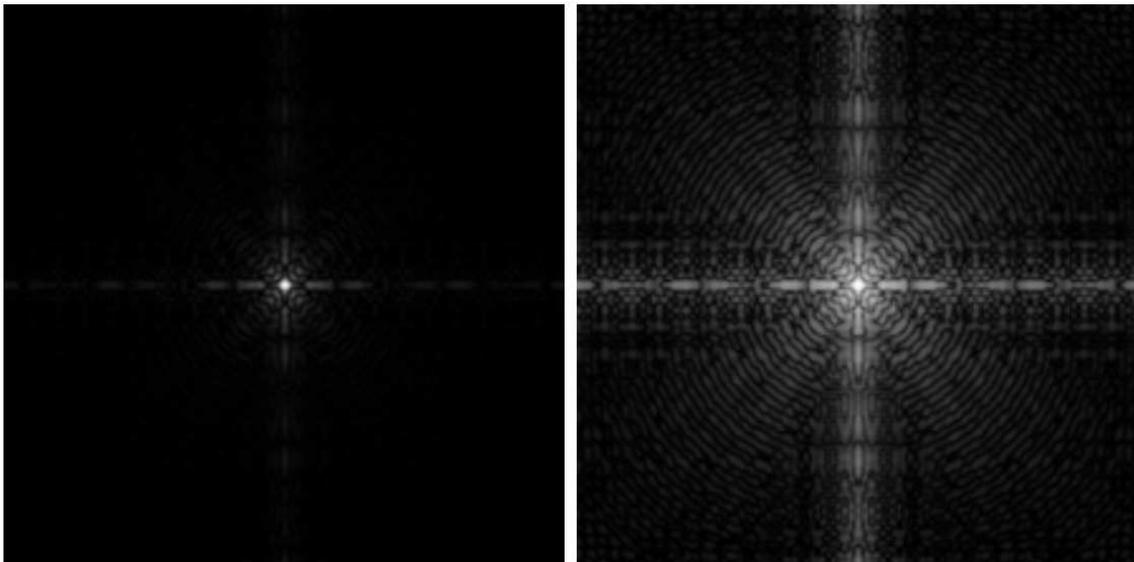


FIG. 2.3: (a) Spectre de Fourier. (b) Résultat de l'application de la transformation logarithmique donnée de l'Eq. (2.4) avec $c = 1$.

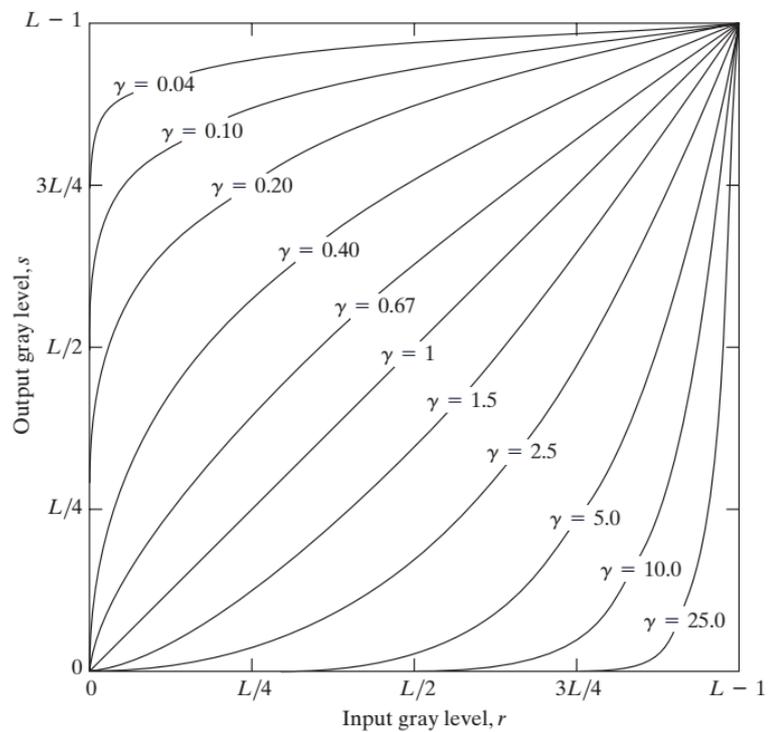


FIG. 2.4: Courbes de l'équation $s = cr^\gamma$ pour diverses valeurs de γ ($c = 1$ dans tous les cas).

2.2.3 Transformations exponentielles

Les transformations exponentielles ont la forme de base:

$$s = cr^\gamma \quad (2.5)$$

où c et γ sont deux constantes positives.

La Fig. 2.4 montre les différentes courbes de s en fonction de r obtenues en variant le paramètre γ . Contrairement à la fonction log, on remarque ici une famille de courbes obtenues en variant γ . Noter que les courbes générées avec des valeurs de $\gamma > 1$ ont exactement l'effet inverse de celles générées avec des valeurs de $\gamma < 1$. Noter aussi que l'Eq. (2.5) se réduit à la transformation identique si $c = \gamma = 1$.

L'image à améliorer dans la Fig. 2.5(a) présente un aspect "délavé", indiquant qu'une compression des niveaux de gris est souhaitable. Ceci peut être réalisé via l'Eq. (2.5) en utilisant des valeurs de $\gamma > 1$. Les résultats obtenus avec $\gamma = 3.0, 4.0$ et 5.0 sont montrés sur les Figs. 2.5(b), (c) et (d), respectivement.

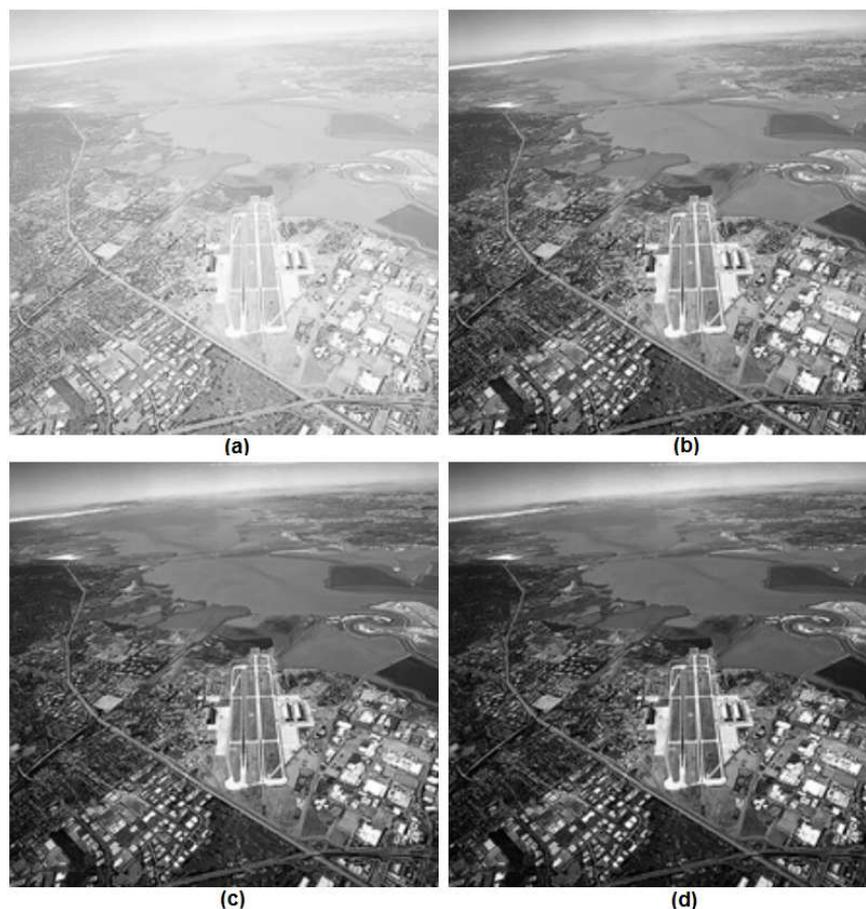


FIG. 2.5: (a) Image aérienne. (b)-(d) Les résultats de l'application de la transformation dans l'équation (2.5) avec $c = 1$ et $\gamma = 3.0, 4.0$ et 5.0 , respectivement.

2.2.4 Fonctions de transformation linéaires par morceaux

L'utilisation des fonctions linéaires par morceaux est une approche alternative aux méthodes discutées dans les sections précédentes. L'avantage principal de cette approche est que les fonctions choisies pour chaque morceau peuvent être arbitrairement complexes. En fait, certaines transformations ne peuvent pas être implémentées que sous forme de fonctions par morceaux. L'inconvénient principal de ces fonctions est la nécessité d'être paramétrées par l'utilisateur.

2.2.4.1 Amélioration du contraste

Une des applications les plus simples des fonctions linéaires par morceaux est l'amélioration du contraste. Les images à faible contraste peuvent résulter de plusieurs facteurs tel que la mauvaise luminosité, l'insuffisance dans la plage de dynamique des capteurs d'acquisition, ou le mauvais réglage de la lentille lors de l'acquisition de l'image. L'idée derrière l'amélioration du contraste est d'augmenter la plage de la dynamique des niveaux de gris de l'image traitée.

La Fig. 2.6(a) présente une transformation typique utilisée pour l'amélioration du contraste. Les points (r_1, s_1) et (r_2, s_2) contrôlent la forme de la fonction de transformation. Par exemple, si $r_1 = s_1$ et $r_2 = s_2$, la transformation devient la fonction identique. Si $r_1 = r_2$, $s_1 = 0$ et $s_2 = L - 1$, la transformation devient une fonction de seuillage qui crée une image binaire, tel que le montre la Fig. 2.6(d). Les autres valeurs de (r_1, s_1) et (r_2, s_2) génèrent différents images de sortie avec différents niveaux de contrastes.

La Fig. 2.6(b) montre une image 8-bits à faible contraste. Les Figs. 2.6(c) et (d) montrent les résultats de l'amélioration du contraste obtenu en variant la position des points (r_1, s_1) et (r_2, s_2) . Noter que l'image originale est une image à microscope électronique du pollen, agrandie 700 fois approximativement.

2.3 Traitement des histogrammes

L'*histogramme* d'une image définie sur l'intervalle des niveaux de gris $[0, L - 1]$ est une fonction discrète $h(r_k) = n_k$, où r_k est le k -ème niveau de gris et n_k le nombre de pixels ayant le niveau de gris r_k . Un *histogramme normalisé* est donné par $p(r_k) = n_k/n$, pour $k = 0, 1, \dots, L - 1$, où n est le nombre total de pixels. D'une manière probabiliste, la fonction $p(r_k)$ donne une estimation de la probabilité d'occurrence du niveau de gris r_k . Noter que la somme des composantes d'un histogramme normalisé est égale à 1.

Différentes techniques de traitement d'image dans le domaine spatial sont basées sur l'utilisation des histogrammes. En plus de fournir des statistiques très utiles des images, les histogrammes peuvent être utilisés efficacement pour l'amélioration de la qualité de l'image. Les histogrammes sont simples à implémenter, ce qui leurs permettent d'être un outil excellent pour le traitement d'images en temps réel.

Pour illustrer la manipulation des histogrammes, considérer la Fig. 2.7 qui est la même image de pollen de la Fig. 2.6 affichée en quatre caractéristiques de base: sombre, éclairée, contraste faible et contraste bon. L'axe horizontal de chaque histogramme correspond aux valeurs des niveau de gris, r_k . L'axe vertical correspond aux valeurs $h(r_k) = n_k$ ou $p(r_k) = n_k/n$ en cas où les valeurs sont normalisées.

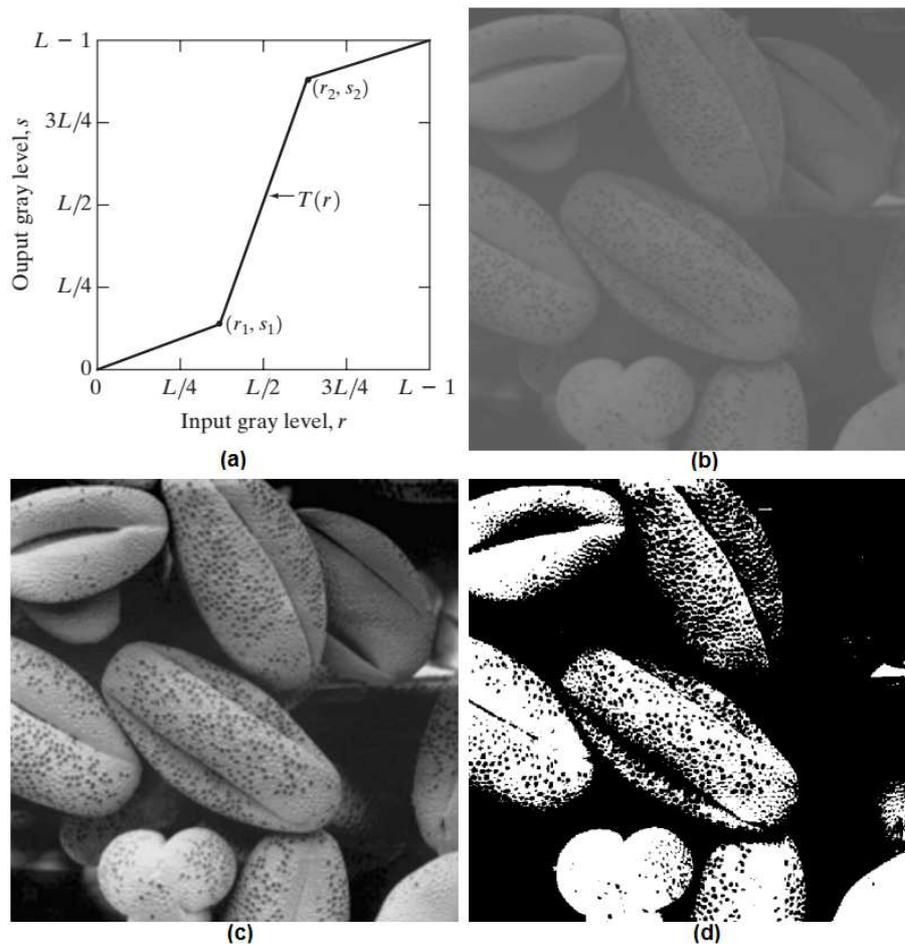


FIG. 2.6: Amélioration du contraste. (a) Forme de la fonction de transformation. (b) Une image à faible contraste. (c) Résultat de l'amélioration du contraste. (d) Résultat du seuillage.

2.3.1 Égalisation d'histogramme

Soit r une variable normalisée sur l'intervalle $[0, 1]$ représentant les niveaux de gris de l'image à améliorer. Les valeurs de $r = 0$, et 1 représentent le noir, et le blanc, respectivement. Nous allons étudier les transformations de la forme:

$$s = T(r) \quad 0 \leq r \leq 1 \quad (2.6)$$

qui transforme chaque niveau de gris r de l'image d'entrée en un niveau de gris s . Nous supposons que la fonction de transformation $T(r)$ vérifie les conditions suivantes:

- 1) $T(r)$ unique et monotiquement croissante sur l'intervalle $[0, 1]$; et
- 2) $0 \leq T(r) \leq 1$ pour $0 \leq r \leq 1$.

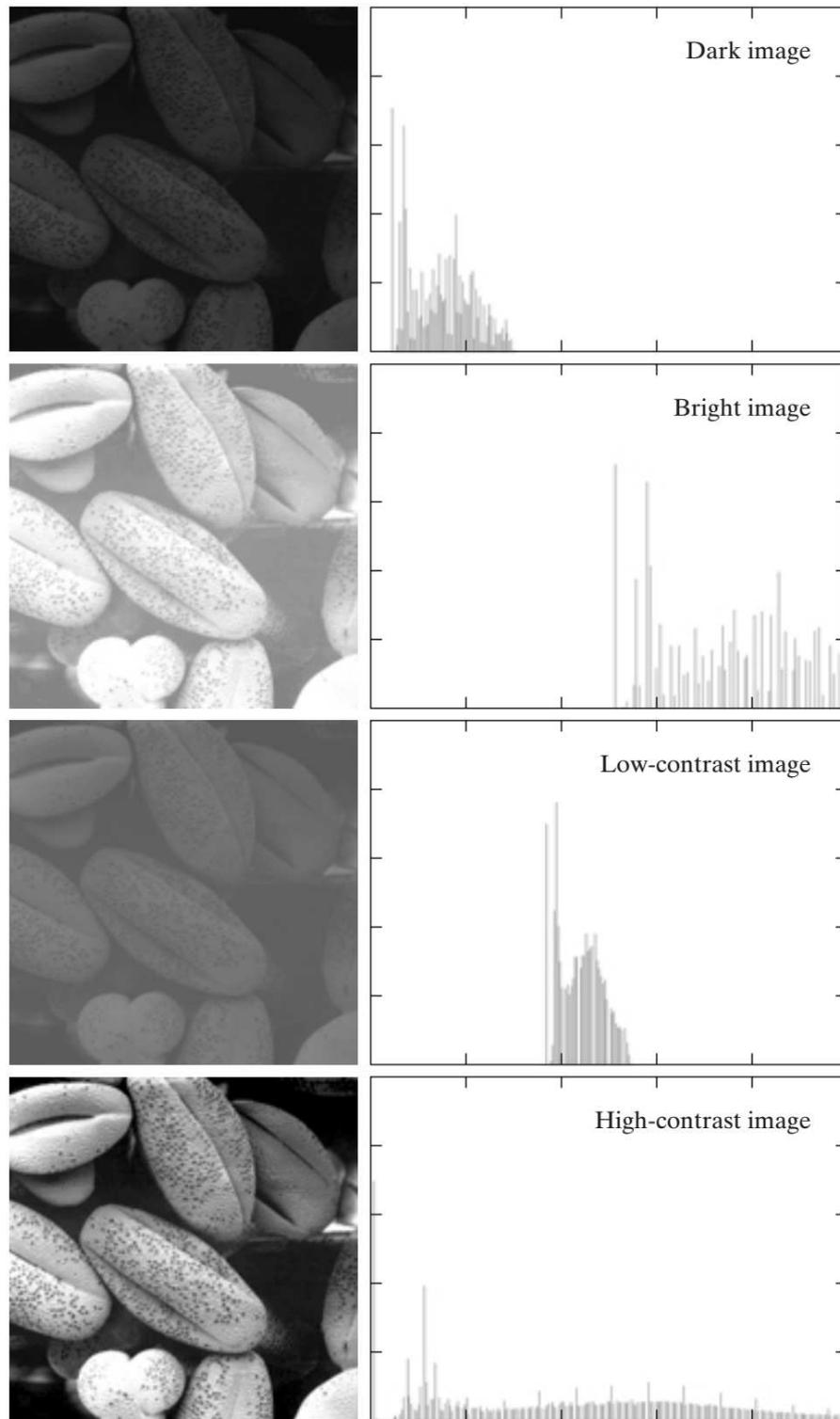


FIG. 2.7: Quatre types d'image de base: sombre, éclairée, contraste faible et contraste bon, ainsi que leurs histogrammes correspondants.

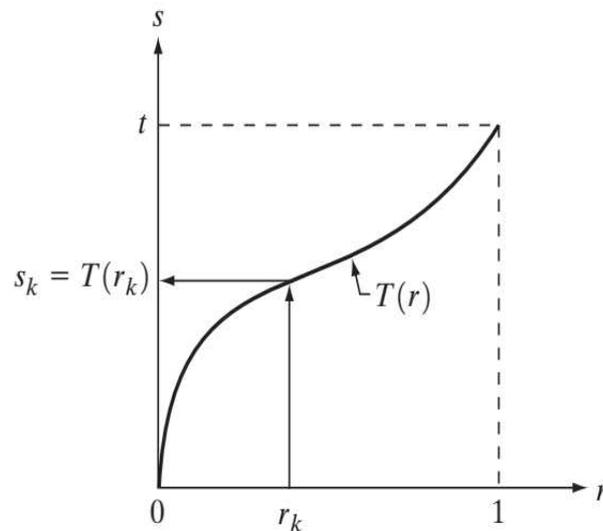


FIG. 2.8: Une fonction de transformation du niveau de gris unique et monotoniquement croissante.

La condition de (a) que $T(r)$ soit unique garantit l'existence de la fonction inverse et la condition de monotonie conserve l'ordre croissant du noir au blanc dans l'image de sortie. Enfin, la condition (b) garantit que les niveaux de gris de sortie seront dans le même intervalle que les niveaux de gris d'entrée. La Fig. 2.8 donne un exemple de fonction de transformation qui satisfait ces deux conditions. La transformation inverse de s à r est notée par

$$r = T^{-1}(s) \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (2.7)$$

2.3.1.1 Cas continue

Les niveaux de gris sont considérés comme des variables aléatoires dans l'intervalle $[0, 1]$. Soit $p_r(r)$ et $p_s(s)$ les fonctions de densité de probabilité (PDF) des variables aléatoires r et s , respectivement. Un résultat de base de la théorie de probabilité élémentaire est que si $p_r(r)$ et $T(r)$ sont connus et $T^{-1}(s)$ satisfait la condition (a), alors la fonction de densité $p_s(s)$ de la variable transformée s peut être obtenue en utilisant la formule:

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right| \quad (2.8)$$

Soit la fonction de transformation suivante qui est considérée comme une fonction très importante en traitement d'image:

$$s = T(r) = (L - 1) \int_0^r p_r(w) dw \quad (2.9)$$

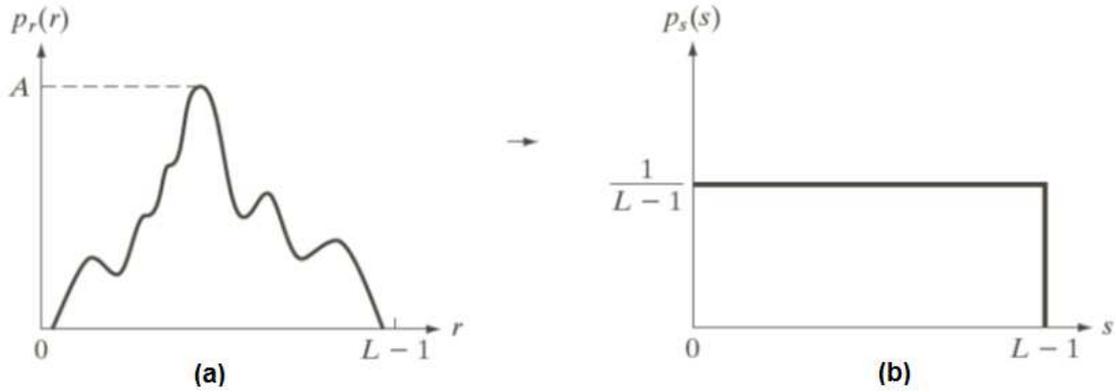


FIG. 2.9: (a) Une PDF arbitraire. (b) Résultat de l'application de la transformation dans l'Eq. (2.9). Le résultat s est une PDF uniforme, indépendamment de la forme du PDF de r .

La partie droite de l'Eq. (2.9) représente la fonction de distribution cumulative (CDF) de la variable aléatoire r . Pour trouver $p_s(s)$, on va utiliser l'Eq. (2.8). D'après la règle de Leibniz, la dérivée d'une intégrale définie par rapport à sa limite supérieure est égale à l'intégrande évaluée à cette limite, c-à-d:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dr} &= \frac{dT(r)}{dr} = (L-1) \frac{d}{dr} \left[\int_0^r p_r(w) dw \right] \\ &= (L-1) p_r(r) \end{aligned} \quad (2.10)$$

En remplaçant ce résultat pour dr/ds dans l'Eq. (2.8), on aura

$$\begin{aligned} p_s(s) &= p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right| = p_r(r) \left| \frac{1}{(L-1)p_r(r)} \right| \\ &= \frac{1}{(L-1)} \quad 0 \leq s \leq L-1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

L'Eq. (2.11) montre que la fonction $p_s(s)$ résultante est toujours uniforme, indépendamment de la forme de la fonction de $p_r(r)$. La Fig. 2.9 illustre ce concept.

2.3.1.2 Cas discret

Soit une image de $M \times N$. La probabilité d'occurrence de l'intensité r_k est approximée par:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{MN} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1 \quad (2.12)$$

où MN est le nombre total de pixels dans l'image, n_k est le nombre de pixels ayant l'intensité r_k et L est le nombre de niveaux de gris possibles dans l'image (par exemple, pour une image de 8 bits $L = 256$).

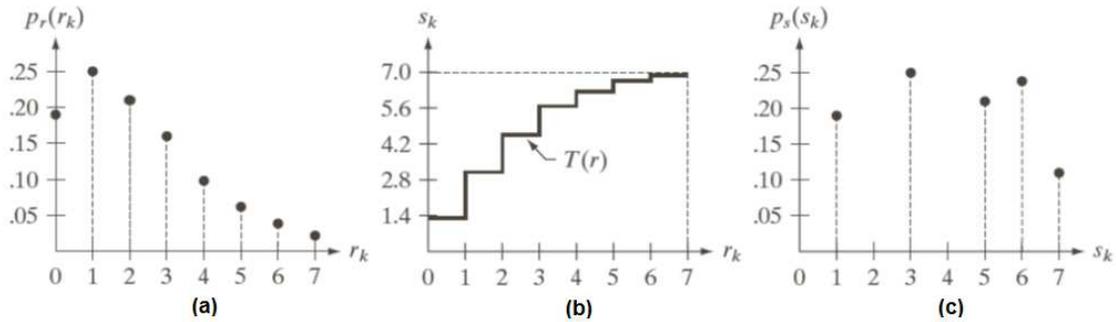


FIG. 2.10: Illustration de l'égalisation d'histogramme d'une image de 3 bits (8 niveaux de gris), (a) Histogramme original, (b) Fonction de transformation, (c) Histogramme égalisé.

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

TABLE 2.1: La distribution des niveaux de gris et les fréquences d'histogramme pour l'image I.

La transformation permettant d'égaliser l'histogramme de l'image est approximée par:

$$s_k = T(r_k) = (L - 1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \frac{(L - 1)}{MN} \sum_{j=0}^k n_j \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1 \quad (2.13)$$

2.3.1.3 Exemple d'illustration de l'égalisation des histogrammes

Soit une image I de 3 bits ($L = 8$), de taille 64×64 pixels et ayant la distribution des niveaux de gris indiquée dans le Tab. 2.1, les niveaux de gris sont définis sur $[0, L - 1] = [0, 7]$.

L'histogramme de l'image I est montré sur la Fig. 2.10(a). Les résultats de l'égalisation d'histogramme sont obtenus en utilisant l'Eq. (2.13). Par exemple,

$$\begin{aligned} s_0 &= T(r_0) = 7 \sum_{j=0}^0 p_r(r_j) = 7p_r(r_0) = 1.33 \longrightarrow 1 \\ s_1 &= T(r_1) = 7 \sum_{j=0}^1 p_r(r_j) = 7p_r(r_0) + 7p_r(r_1) = 3.08 \longrightarrow 3 \end{aligned}$$

et de même

$$\begin{aligned} s_2 &= 4.55 \longrightarrow 5 & s_3 &= 5.67 \longrightarrow 6 & s_4 &= 6.23 \longrightarrow 6 \\ s_5 &= 6.65 \longrightarrow 7 & s_6 &= 6.86 \longrightarrow 7 & s_7 &= 7.00 \longrightarrow 7 \end{aligned}$$

Cette fonction de transformation a la forme d'escalier indiquée sur la Fig. 2.10(b). Les nouvelles fréquences de l'histogramme égalisé peuvent être obtenues par les équations:

$$\begin{aligned} p_s(s_1) &= n_0/MN = 790/4096 = 0.19 \\ p_s(s_3) &= n_1/MN = 1023/4096 = 0.25 \\ p_s(s_5) &= n_2/MN = 850/4096 = 0.21 \\ p_s(s_6) &= (n_3 + n_4)/MN = (656 + 329)/4096 = 0.24 \\ p_s(s_7) &= (n_5 + n_6 + n_7)/MN = (245 + 122 + 81)/4096 = 0.11 \end{aligned}$$

2.3.2 Spécification d'histogrammes

Il est parfois utile de spécifier la forme de l'histogramme vers lequel nous souhaitons transformer l'image. Cette méthode est appelée *spécification d'histogramme*. Soient deux variables aléatoires continues r et z désignent les niveaux de gris des images d'entrée et de sortie, respectivement, et soient $p_r(r)$ et $p_z(z)$ leurs fonctions de densité.

Soit s une variable aléatoire ayant la propriété:

$$s = T(r) = (L - 1) \int_0^r p_r(w)dw \quad (2.14)$$

Supposons maintenant que la variable aléatoire z est définie par la propriété:

$$G(z) = (L - 1) \int_0^z p_z(t)dt = s \quad (2.15)$$

Cela implique $G(z) = T(r)$ et par conséquent z doit satisfaire la condition

$$z = G^{-1}[T(r)] = G^{-1}(s) \quad (2.16)$$

Les Eqs. (2.14) à (2.16) montrent que l'opération de transformation d'image par spécification d'histogramme peut être effectuée en utilisant la procédure suivante:

- 1) Calculer $p_r(r)$ à partir de l'image d'entrée en utilisant l'Eq. (2.14) pour obtenir les valeurs de s .
- 2) Utiliser la fonction PDF spécifié dans l'Eq. (2.15) pour obtenir la fonction de transformation $G(z)$.
- 3) Calculer la transformation inverse $z = G^{-1}(s)$. z est obtenu à partir de s , ce processus est un mappage de s à z .
- 4) Calculer l'image de sortie en égalisant d'abord l'image d'entrée en utilisant l'Eq. (2.14). Pour chaque pixel ayant une valeur s dans l'image égalisée, effectuer le mappage inverse $z = G^{-1}(s)$ pour obtenir le pixel correspondant dans l'image de sortie.

z_k	$p_z(z_q)$	$p_z(z_k)$
$z_0 = 0$	0.00	0.00
$z_1 = 1$	0.00	0.00
$z_2 = 2$	0.00	0.00
$z_3 = 3$	0.15	0.19
$z_4 = 4$	0.20	0.25
$z_5 = 5$	0.30	0.21
$z_6 = 6$	0.20	0.24
$z_7 = 7$	0.15	0.11

TABLE 2.2: Les histogrammes spécifié et original (les valeurs de la troisième colonne proviennent des calculs effectués à travers l'exemple (2.3.2.1)).

2.3.2.1 Exemple d'illustration de la spécification des histogrammes

Soit l'image de l'exemple précédent dont l'histogramme est montré à la Fig. 2.12(a). On veut transformer cet histogramme afin qu'il ait les valeurs spécifiées dans la deuxième colonne du Tab. 2.2. La Fig. 2.12(b) montre un l'allure de cet histogramme.

La première étape de la procédure consiste à obtenir les valeurs de l'histogramme égalisé (voir l'exemple précédent):

$$\begin{array}{cccc} s_0 = 1 & s_1 = 3 & s_2 = 5 & s_3 = 6 \\ s_4 = 6 & s_5 = 7 & s_6 = 7 & s_7 = 7 \end{array}$$

Ensuite, nous calculons toutes les valeurs de la fonction G en utilisant l'Eq. (2.15):

$$G(z_0) = 7 \sum_{j=0}^0 p_z(z_j) = 0.00 \longrightarrow 0$$

de même

$$G(z_1) = 7 \sum_{j=0}^1 p_z(z_j) = 7[p(z_0) + p(z_1)] = 0.00 \longrightarrow 0$$

et

$$\begin{array}{lll} G(z_2) = 0.00 \longrightarrow 0 & G(z_3) = 1.05 \longrightarrow 1 & G(z_4) = 2.45 \longrightarrow 2 \\ G(z_5) = 4.55 \longrightarrow 5 & G(z_6) = 5.95 \longrightarrow 6 & G(z_7) = 7.00 \longrightarrow 7 \end{array}$$

Les valeurs de l'histogramme résultant sont listées dans la troisième colonne du Tab. 2.2 et sur la Fig. 2.12(d). Ainsi, les nouvelles fréquences de l'histogramme spécifié peuvent être obtenues par les équations suivantes:

$$\begin{array}{l} p_z(z_3) = p_s(s_1) = 790/4096 = 0.19 \\ p_z(z_4) = p_s(s_3) = 1023/4096 = 0.25 \\ p_z(z_5) = p_s(s_5) = 850/4096 = 0.21 \\ p_z(z_6) = p_s(s_6) = (656 + 329)/4096 = 985/4096 = 0.24 \\ p_z(z_7) = p_s(s_7) = (245 + 122 + 81)/4096 = 448/4096 = 0.11 \end{array}$$

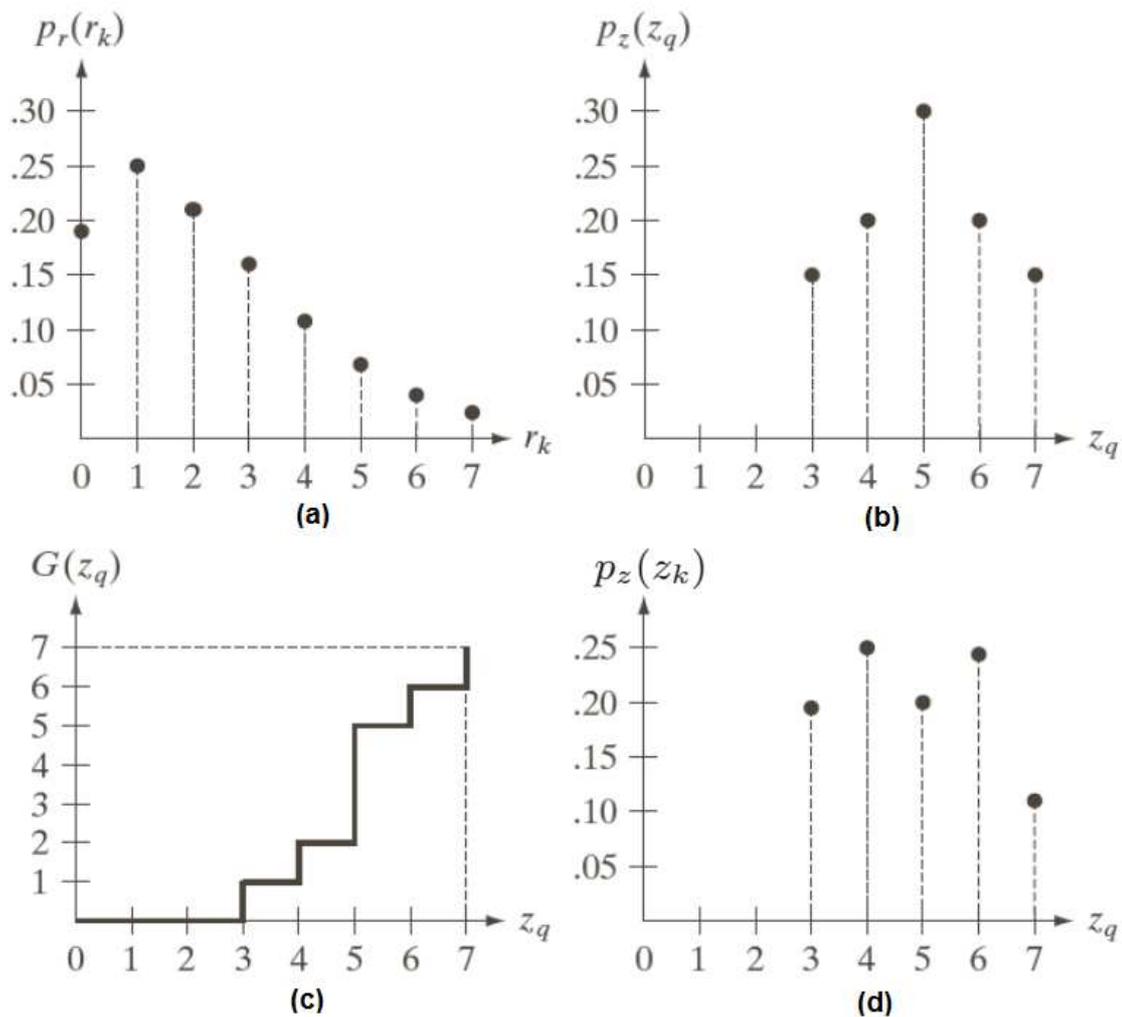


FIG. 2.11: (a) Histogramme d'une image à 3 bits. (b) Histogramme spécifié. (c) Fonction de transformation obtenue à partir de l'histogramme spécifié. (d) Résultat de l'exécution de la spécification de l'histogramme. Comparez (b) et (d).

2.4 Filtrage spatial

Un filtre spatial se compose de (1) un voisinage (généralement une petite fenêtre), et (2) une opération prédéfinie qui est effectuée sur les pixels de l'image inclus dans le voisinage (voir la Fig. 2.1). Le filtrage calcule une nouvelle valeur du pixel du centre de voisinage pour chaque pixel de l'image d'entrée. Si l'opération effectuée sur les pixels de l'image est linéaire, le filtre s'appelle un *filtre spatial linéaire*. Sinon, le filtre est *non linéaire*.

La Fig. 2.12 illustre la mécanique du filtrage spatial linéaire en utilisant un voisinage de 3×3 . A chaque point (x, y) de l'image, la réponse, $g(x, y)$, du filtre est égale à la somme des produits des coefficients du filtre par les valeurs des pixels de l'image contenus dans le voisinage, c-à-d:

$$g(x, y) = w(-1, -1)f(x - 1, y - 1) + w(-1, 0)f(x - 1, y) + \dots \\ + w(0, 0)f(x, y) + \dots + w(1, 1)f(x + 1, y + 1)$$

En général, le filtrage spatial linéaire d'une image de taille $M \times N$ avec un filtre de taille $m \times n$ est donné par la formule:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)f(x + s, y + t)$$

où $m = 2a + 1$ et $n = 2b + 1$ et où les variables x et y sont variées de telle manière que chaque pixel en w explore chaque pixel en f .

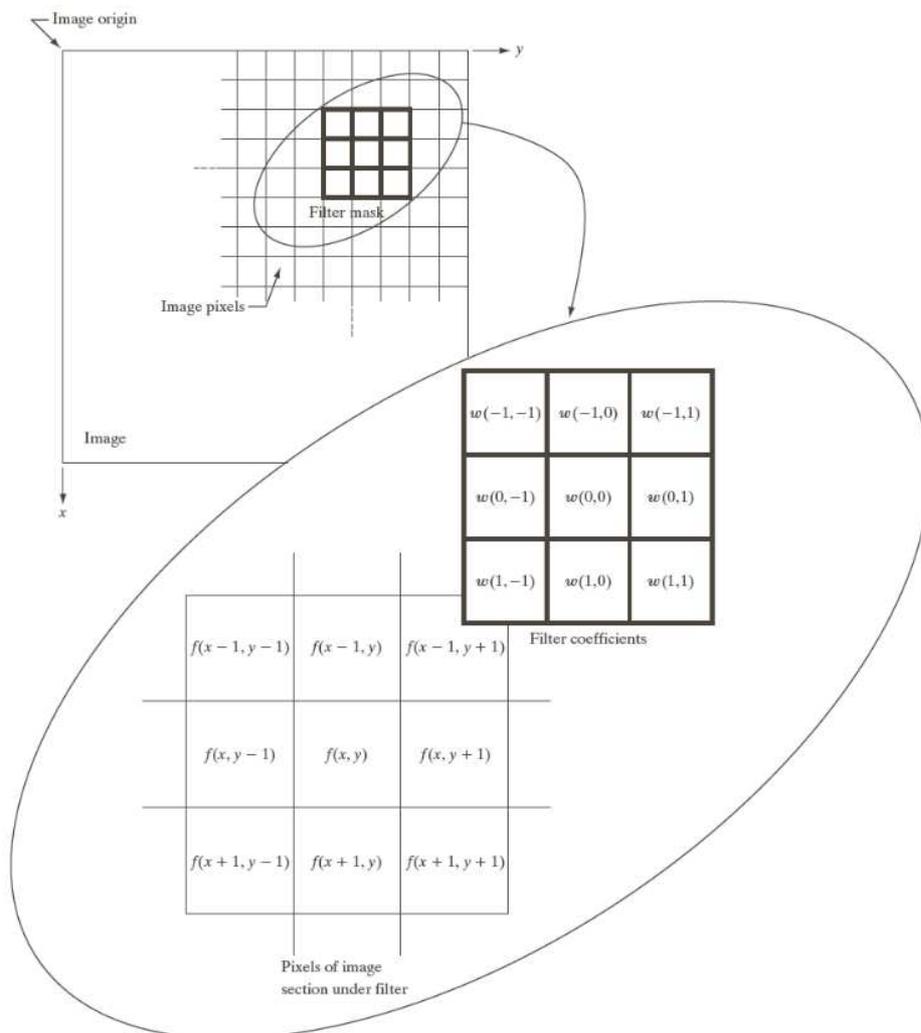


FIG. 2.12: Illustration de la mécanique du filtrage spatial linéaire en utilisant un masque de taille 3×3 .

2.4.1 Convolution et corrélation spatiale

Le filtrage spatial linéaire peut être implémenté en se basant sur deux concepts principaux, la *corrélacion* et la *convolution*. La corrélation est le processus de faire déplacer un masque sur l'image et calculer la somme des produits à chaque emplacement, tel que montré dans la section précédente. La convolution consiste au même principe, sauf que le filtre est d'abord tourné de 180°.

Les Figs. 2.13 et 2.14 illustrent les deux processus de corrélation et convolution appliqués sur des fonctions 1-D et 2-D, respectivement, où f est la fonction d'entrée et w est le mask du filtre.

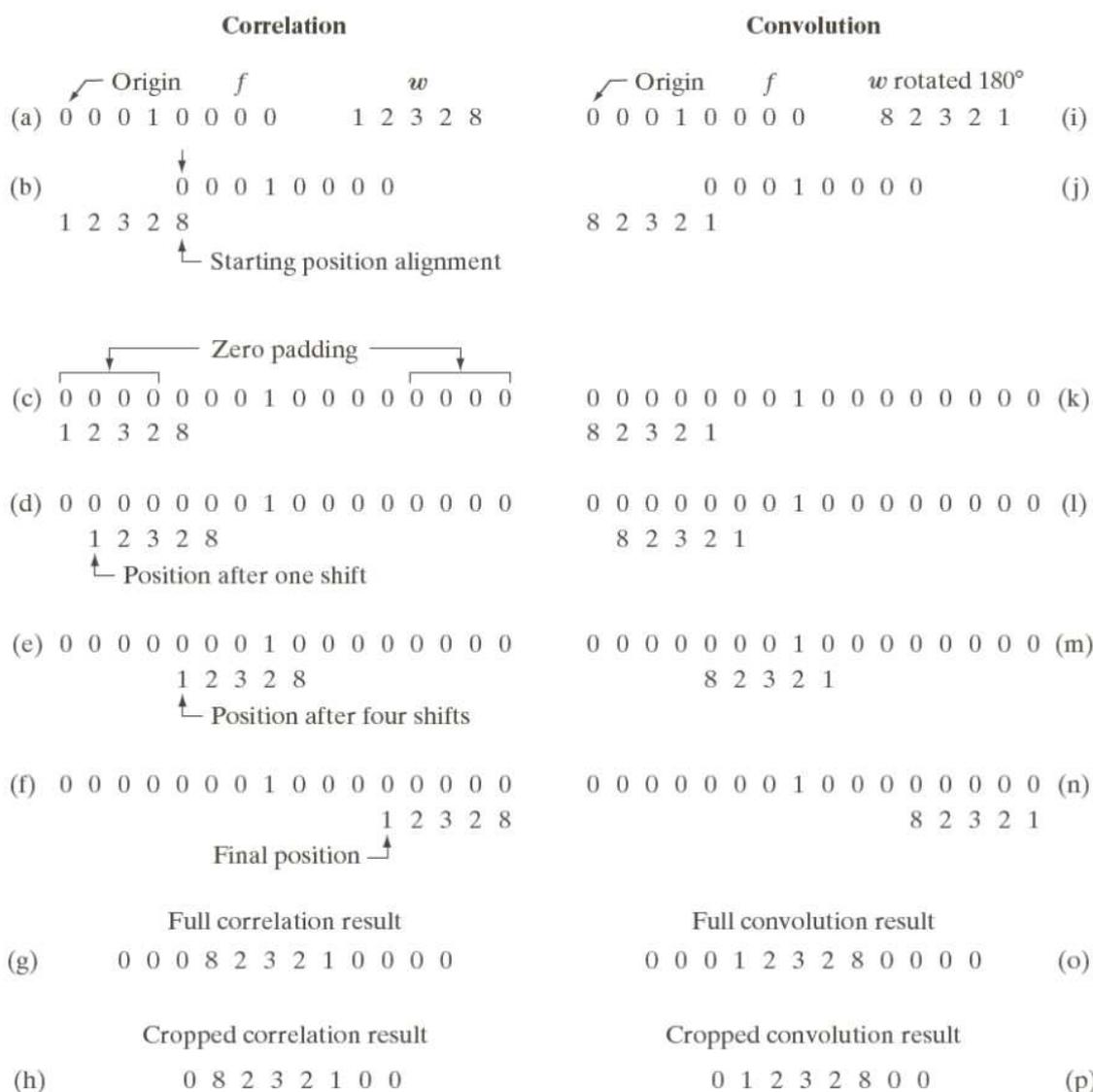


FIG. 2.13: Illustration de la corrélation et la convolution d'un filtre 1-D avec un impulsion discrète unitaire.

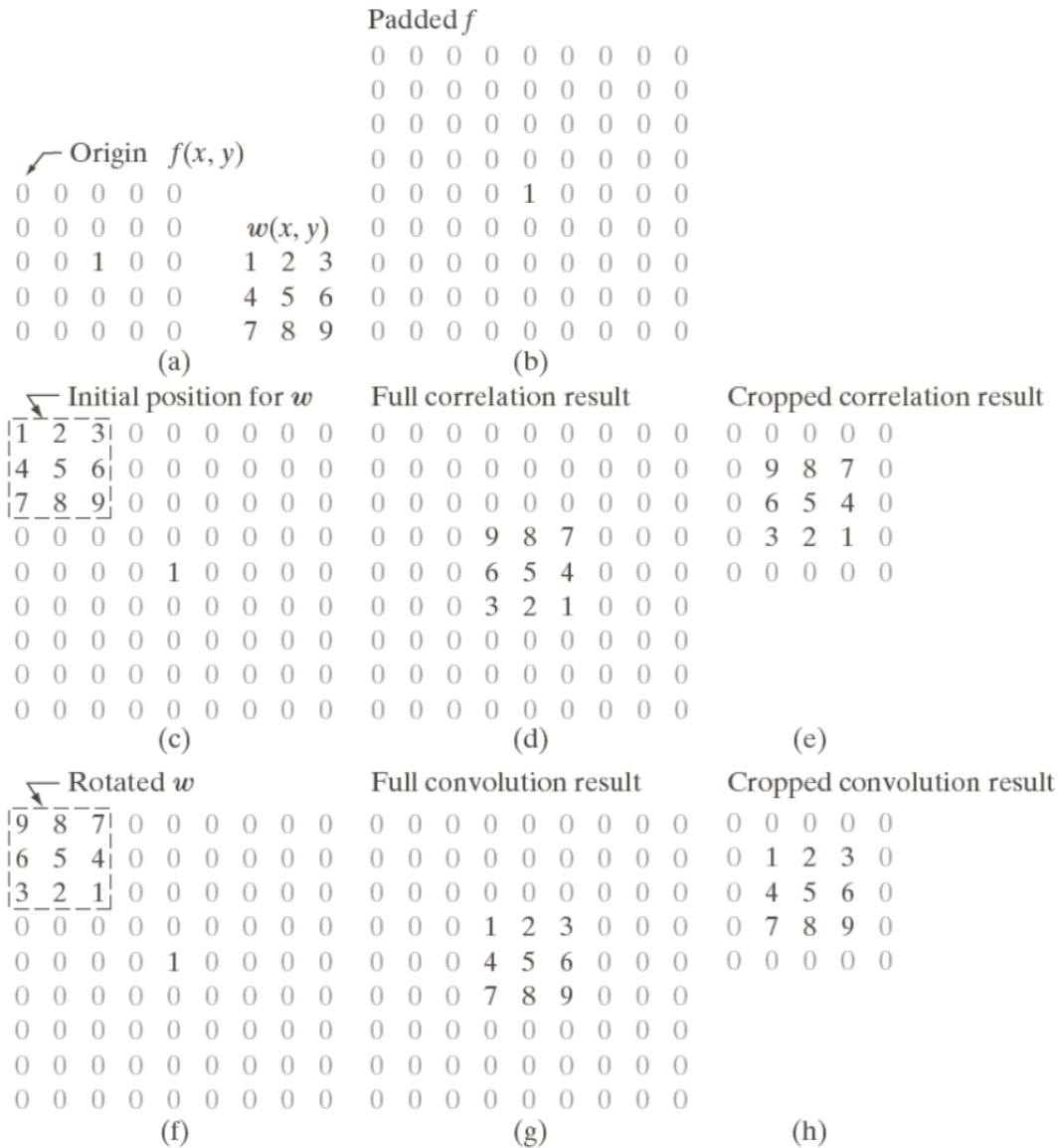


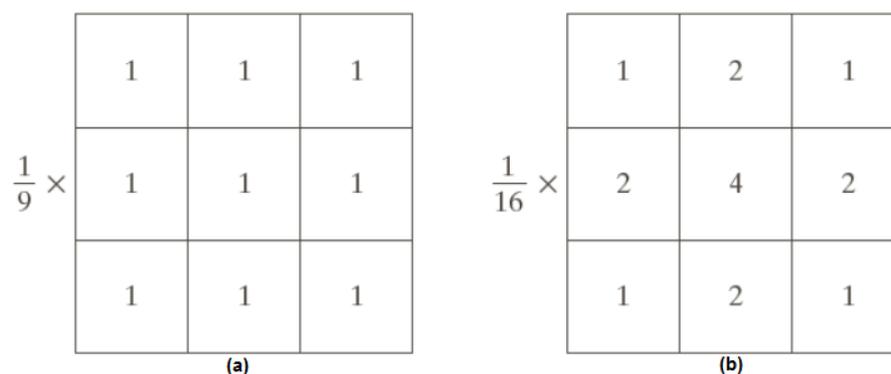
FIG. 2.14: Corrélacion et convolution d'un filtre 2-D avec une impulsion discrète 2-D.

2.5 Filtres spatiaux pour la réduction de bruit

2.5.1 Filtres linéaires

La sortie d'un filtre spatial linéaire de lissage est tout simplement la moyenne des pixels contenus dans le voisinage du masque de filtre. En fait, c'est pour cela que ces filtres sont appelés les *filtres moyenneurs*. On peut trouver également l'appellation de *filtre passe-bas*.

La Fig. 2.15(a) montre deux filtres de lissage de taille 3×3 . L'utilisation du premier filtre donne la moyenne standard des pixels sous le masque. Cela peut être calculé simplement par la formule:

FIG. 2.15: Deux exemples de masques de filtre moyeneurs (lissage) de 3×3 .

$$R = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 z_i$$

Le masque de la Fig. 2.15(b) permet de calculer la *moyenne pondérée*, qui donne plus d'importance (poids) à certains pixels au détriment des autres. L'implémentation générale d'un masque permettant de filtrer une image $M \times N$ avec un filtre de moyenne pondérée de taille $m \times n$ (avec m et n impairs) peut être donnée par la formule:

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)} \quad (2.17)$$

A fin d'illustrer l'effet de lissage en fonction de la taille du filtre, les Figs. 2.16(a) à (f) montrent l'image originale ainsi que les résultat de lissage obtenus par l'application des filtres moyeneurs carrés avec différentes tailles $m = 3, 5, 9, 15$ et 35 pixels, respectivement.

2.5.2 Filtres non linéaires

Le filtre le plus connu dans cette catégorie est le *filtre médian*. Le principe de fonctionnement de ce filtre est de remplacer la valeur d'un pixel par la médiane des valeurs d'intensité de son voisinage (la valeur d'origine du pixel est incluse dans le calcul de la médiane). Les filtres médians sont très efficaces en présence du *bruit impulsionnel*, appelé aussi *bruit sel et poivre* qui est une dégradation de l'image sous la forme de pixels noirs et blancs répartis au hasard.

La Fig. 2.17(a) montre une image radiographique d'un circuit fortement corrompue par un bruit sel et poivre. Pour illustrer la supériorité du filtre médian par rapport au filtre moyeneur face à telle situation, nous présentons à la Fig. 2.17(b) le résultat du traitement de l'image bruitée avec un filtre moyeneur de taille 3×3 , et sur la Fig. 2.17(c) le résultat de l'utilisation d'un filtre médian de taille 3×3 . La supériorité du filtre médiane comparé au filtre moyeneur est tout à fait évidente.

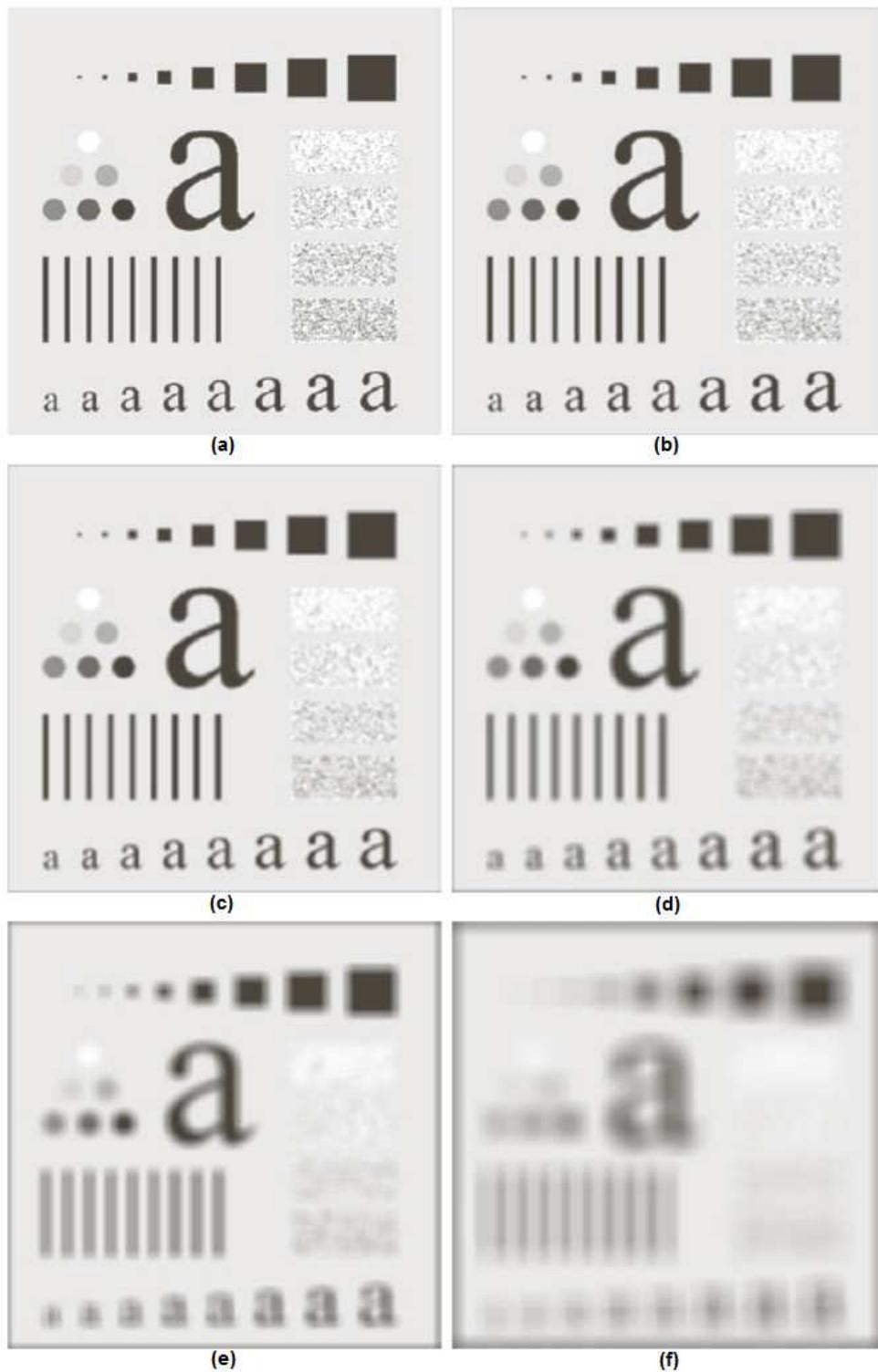


FIG. 2.16: (a) Image originale de taille 500×500 pixels. (b)-(f) Résultats du lissage avec des filtres moyenneurs carrés ayant les tailles $m = 3, 5, 9, 15$ et 35 , respectivement.

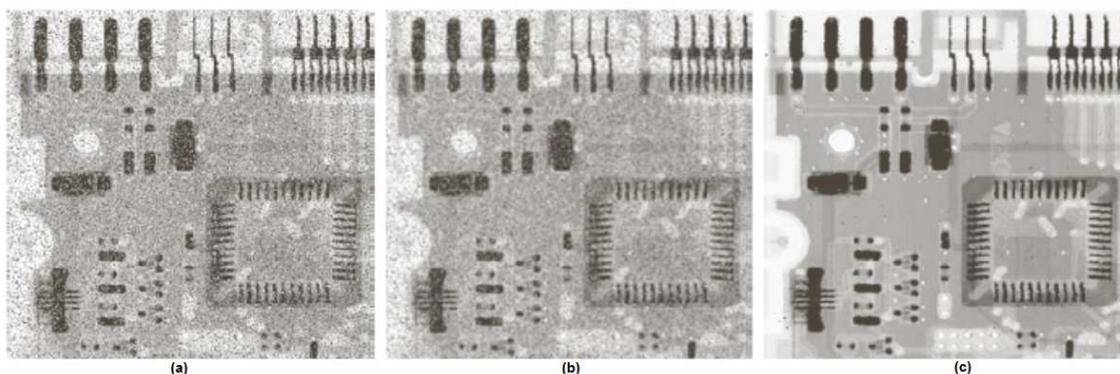


FIG. 2.17: (a) Image radiographique de circuit corrompue par un bruit sel et poivre. (b) Résultat de la réduction du bruit avec un filtre moyenneur de taille 3×3 , (c) Résultat de la réduction du bruit avec un filtre médian de taille 3×3 .

2.6 Filtres spatiaux pour le rehaussement du contraste

Dans cette section, nous allons présenter des filtres de rehaussement du contraste qui sont basés sur des dérivées du premier et second ordre. La dérivée du premier ordre d'une fonction unidimensionnelle $f(x)$ peut être approximée par la différence:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x) \quad (2.18)$$

La dérivée du second ordre de la fonction $f(x)$ peut être approximée par la différence:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x) \quad (2.19)$$

L'exemple de la Fig. 2.18 illustre ces deux définitions. Noter les similitudes et les différences entre les dérivées du premier et second ordre de la fonction numérique.

2.6.1 Utilisation de la deuxième dérivée (le Laplacien)

Pour une fonction 2-D (image) $f(x, y)$, on définit le Laplacien comme suit:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (2.20)$$

La forme discrète de cette équation peut être approximée selon deux directions x et y . Selon la direction x , On a:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y) \quad (2.21)$$

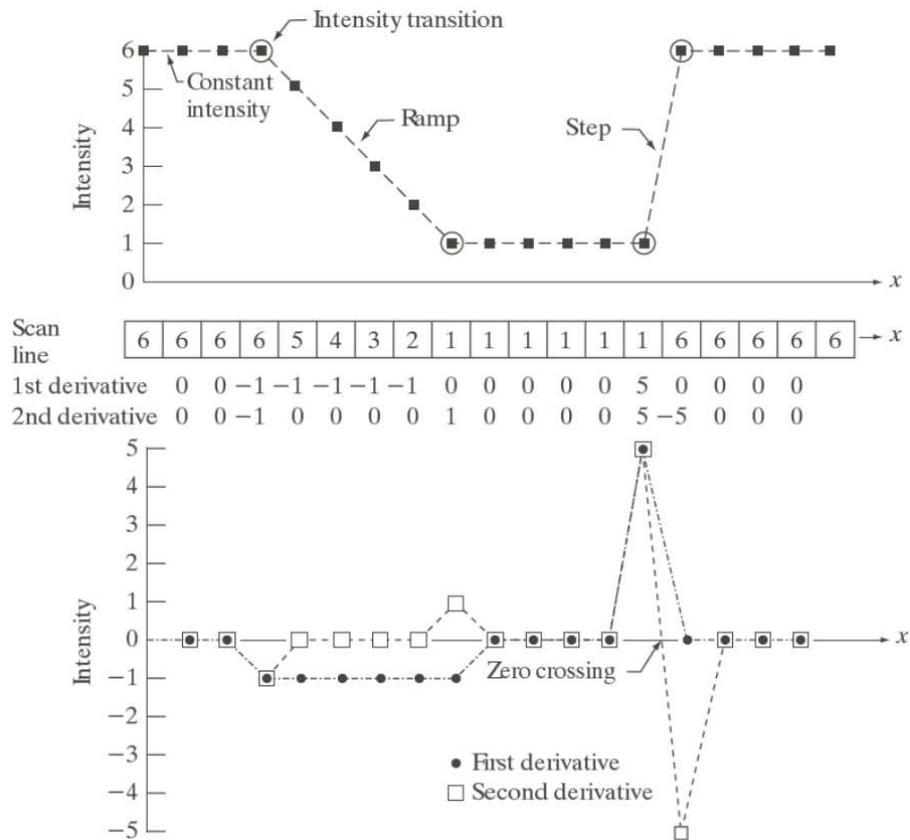


FIG. 2.18: Illustration des première et seconde dérivées d'une fonction numérique 1-D représentant un profil d'intensité d'une image.

de la même façon, selon la direction y , on a:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 2f(x, y) \tag{2.22}$$

Et donc:

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x + 1, y) + f(x - 1, y) + f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 4f(x, y) \tag{2.23}$$

Pratiquement, on peut calculer le Laplacien par l'implémentation des filtres présentés dans la Fig. 2.19. La méthode d'implémentation est similaire à celle pour calculer les filtres de réduction de bruit discuté dans la section précédente.

L'utilisation de base du Laplacien pour le rehaussement du contraste d'une image est donnée par:

$$g(x, y) = f(x, y) + c [\nabla^2 f(x, y)] \tag{2.24}$$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

(a)

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

(b)

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

(c)

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

(d)

FIG. 2.19: Masques Laplacien. (a) Masque utilisé pour implémenter l'équation (2.23). (b) Extension de (a) comprenant les termes diagonaux. (c) et (d) Deux autres implémentations du Laplacien souvent utilisés en pratique.

où $f(x, y)$ et $g(x, y)$ sont l'image en entrée et l'images réhaussée, respectivement. La constante $c = -1$ si les filtres Laplaciens de la Fig. 2.19(a) ou (b) sont utilisés, et $c = 1$ si l'un des deux autres filtres est utilisé.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les techniques de domaine spatial les plus utilisées en pratique pour l'amélioration de la qualité de l'image. Les concepts abordés dans ce chapitre représentent la base fondamentale pour comprendre l'état-de-l'art dans les techniques d'amélioration de la qualité de l'image ou afin de mener une recherche dans ce domaine. En plus de l'amélioration, nous avons introduit un certain nombre de concepts, tels que les notions de filtrage avec masque spatial linéaires et non linéaires.

2.8 Travaux pratiques N° 2

2.8.1 Objectifs

- Coder quelques opérations de base pour l'amélioration de la qualité de l'image.

2.8.2 Enoncé

Dans ce projet, après la lecture d'image "pnm", vous devez implémenter les quatre opérations suivantes (les images de test vous seront fournies). Chaque opération doit être implantée par une fonction à part qui prendra comme entrée le nom de l'image à traiter sous forme d'une chaîne de caractère, et en sortie le(s) résultat(s) attendu(s) de l'opération:

- 1) **Négatif d'une image : (L représente le nombre de niveaux de gris)**

$$g(x, y) = L - 1 - f(x, y) \quad (2.25)$$

- 2) **Paramètres statistiques d'une image couleur**

Calculer la moyenne, l'écart-type et la médiane de chaque bande d'une image couleur ($M \times N$ représente la taille de l'image).

$$\mu_k = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N f(x, y, k) \quad (2.26)$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (f(x, y, k) - \mu_k)^2} \quad (2.27)$$

$$m_k = \text{médiane}(f(x, y, k)) \quad (2.28)$$

- 3) **Changement de dynamique linéaire d'une image à niveaux de gris**

Implanter l'opération suivante à une image (min et max sont le minimum et le maximum des niveaux de gris dans l'image d'entrée) :

$$g(x, y) = \frac{255}{max - min} (f(x, y, k) - min) \quad (2.29)$$

- 4) **Égalisation d'histogramme d'une image à niveaux de gris**

Implanter l'égalisation d'histogramme pour une image à niveaux de gris.