الفصل الأول　مفاهيم عامة حول: المقادير والنظام الدولي والأشعة

مدخل:

كلمة فيزياء مستنبطة من كلمة إغريقية تعني الطبيعة. فالمعنى الواسع للفيزياء هو دراسة الظواهر الطبيعية. هذه الدراسة تكون غير تامة إذا لم تعطي معلومات كمية التي تتطلب قياس مقادير فيزيائية.

قياس مقدار فيزيائي يعني مقارنته مع مقدار مرجعي من نفس النوع، يأخذ اصطلاحا كوحدة
تحتوي نتيجة القياس دوما معلوماتيين:

- وحدة القياس: U_G
- المقدار العددي: g عدد الوحدات التي يحتويها المقدار المقاس

إذا كان: G المقدار المقاس
g المقدار العددي
U_G الوحدة　　فإن :

$$G = g\, U_G$$

مثال: نقيس الطول $L = 5\ m\ \ (L \equiv G,\ 5 \equiv g,\ m(mètre) \equiv U_G)$

I– تصنيف المقادير: تنقسم المقادير إلى:

- مقادير سلمية: (**أعداد**) كالطول و درجة الحرارة....
- مقادير شعاعية: كالسرعة ' الحقل الكهربائي...
- مقادير أساسية: تعرف بذاتها مثل الطول و الكتلة و الزمن و درجة الحرارة...
- مقادير مشتقة: تعرف بدلالة المقادير الأساسية مثل الحجم و الكثافة و السرعة و القوة....
- الثوابت الفيزيائية: يجب التفريق بين الثوابت الرياضية التي لا بعد لها مثل : π و الثوابت الفيزيائية ذات الأبعاد مثل سرعة الضوء : $C = 3 . 10^{8}\ m/s$　ثابت التجاذب العام: $G = 6{,}67\ 10^{11}\ m^3 Kg^{-1} s^{-2}$

الوحدات الدولية : les unités internationales

- في الفترة الممتدة بين سنتي (1790–1850) أتفق عالميا على استعمال نظام وحدات قياس دولية تستعمل

في كل دول العالم يسمى هذا النظام بالنظام الدولي ***le système international*** يرمز له بالرمز ***SI***.

و قد أنشئ على أساس سبع وحدات أساسية لسهولة قياسها و أهميتها وهي:

- 1− الكتلة ***la masse*** . وحدتها هي الكلغ ***kilogramme*** يرمز لها بالرمز ***kg*** .
- 2− الزمن ***le temps*** : وحدته هي الثانية la ***seconde*** يرمز لها ب ***s*** .
- 3− درجة الحرارة ***la température*** : حدتها كلفن ***kelvin*** يرمز لها ب ***K*** .
- 4− شدة الضوء ***l'intensité de lumière*** : وحدتها كانديلا ***candela*** يرمز لها ب ***cd*** .
- 5− الطول ***la langueur*** : وحدتها المتر ***mètre*** يرمز له ب ***m*** .
- 6− كمية المادة ***la quantité de matière*** : وحدتها المول ***mole*** يرمز لها ب ***mol*** .
- 7− شدة التيار الكهربائي ***l'intensité de courant électrique*** وحدتها الأمبير ***Ampère*** يرمزلها ب ***A***

.

نذكر أن للوحدات أجزاء و مضاعفات:

Puissance de dix	10^{-18}	10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}	10^{18}
Préfixes	atto	femto	pico	nano	micro	milli	kilo	Mega	Giga	Tera	Peta	Exa
Symboles	a	f	p	n	μ	m	k	M	G	T	P	E

تحليل الأبعاد: Analyse dimensionnel

معادلة الأبعاد

البعد يمثل نوع المقدار الفيزيائي. لا يمكن مقارنة إلا مقدارين من نفس النوع: القانون الفيزيائي يحقق المساواة بين مقدارين من نفس البعد. فالقانون الفيزيائي هو معادلة تربط أبعاد مختلفة. نتحدث عن معادلة الأبعاد: ***معادلات عامة مستقلة عن جملة الوحدات.***

نرفق لكل بعد رمز

رمز البعد [المقدار]	**L** Longueur	**M** Masse	**T** Temps	**I** Intensité	**Θ** Température	**J** Intensité Lumineuse	**N** quantité de matière
Unité SI	mètre	kilogramme	seconde	ampère	Kelvin	candela	mole
Symbole	**m**	**Kg**	**s**	**A**	**K**	**cd**	**mol**

أمثلة:

- **في الميكانيكا لدينا القوة** $F = ma$: **فمعادلة الأبعاد (بعد المقدار G يكتب** $[G]$ **)**

$$[Force] = [ma] = [m][a] = [m].[v/t] = [m][l/t^2] = [m][l][t^{-2}] = MLT^{-2}$$

بعد نزع [ ] نعوض بالحرف الكبير

- بعد ثابت الغازات الكاملة R

$$[R] = \frac{[P][V]}{[n][T]} = \frac{[F]}{[S]} \times \frac{[V]}{[n][T]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} \times \frac{L^3}{.N \times \Theta} = ML\,T^{-2}\Theta^{-1}N^{-1}$$

- القوة المغناطيسية التي يخضع لها جسيم مشحون بشحنة q و ينتقل بسرعة v في مجال مغناطيسي تساوي:

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

فبعد الحقل المغناطيسي

$$[B] = \frac{[F]}{[q][v]} = \frac{MLT^{-2}}{IT \times LT^{-1}} = MT^{-2}I^{-1}$$

كل الوحدات في النظام الدولي يعبر عنها بدلالة الوحدات الأساسية السبعة

في النظام الدولي نعبر عن القوة بالنيوتن(Newton) . في نظام CGS (cm, gramme, seconde) نعبر عنها بالداين(.Dyne)حيث:

$$1\ \text{Newton} = 1\text{kg.m.s}^{-2}$$
$$1\ \text{Dyne} = 1\text{g.cm.s}^{-2}$$

$$1\ \text{Newton} = 100000\ \text{Dynes}$$

التجانس:

يفرض القانون الفيزيائي التجانس بين أطرافه: أي أنه مكون من حدود ذات نفس البعد.ولهذا التحقق من قانون فيزيائي هو أولا التحقق من تجانس أبعاده.

تحليل الأبعاد:

يكون من الصعب أحيانا إيجاد الحل لمشكل ما. في هذه الحالة, يمكننا إيجاد شكل القانون الفيزيائي بواسطة تحليل الأبعاد. لأجل ذلك يجب أيجاد المتغيرات الأساسية (وهي المرحلة الحرجة) ثم أيجاد شكل القانون و الذي يجب أن يكون متجانسا.

المبدأ :

نفرض أننا نريد التعبير عن مقدار $\boldsymbol{G}$ بدلالة 3 متغيرات أساسية مستقلة $p1, p2, p3$. بالإضافة لذلك نفرض وجود وسيط بدون أبعاد k . يمكننا التعبير عن المقدار $\boldsymbol{G}$ بالشكل:

$$G = k \bullet p_1^{\alpha} \bullet p_2^{\beta} \bullet p_3^{\gamma}$$

حيث α و β و γ نجدها عن طريق تحليل الأبعاد.

مثال:

أوجد دور إهتزازات τ لنواس بسيط طوله $\boldsymbol{l}$ و كتلته $\boldsymbol{m}$ عند سطح الأرض حيث حقل الجاذبية$\boldsymbol{g}$. نفرض أن هي متغيرات أساسية مستقلة في المسألة.

نستطيع كتابة

$$\tau = Km^{\alpha} g^{\beta} l^{\gamma}$$

K معامل بدون أبعاد. فمعادلة الأبعاد :

$$[\tau] = [m^{\alpha}] \bullet [g^{\beta}] \bullet [l^{\gamma}]$$

$$[\tau] = [m^{\alpha}] \bullet \left[\left(\frac{l}{t^2}\right)^{\beta}\right] \bullet [l^{\gamma}]$$

$$T = M^{\alpha} L^{\gamma+\beta} T^{-2\beta}$$

و منه

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = -\dfrac{1}{2} \\ \gamma = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

إذا

$$\tau = K\sqrt{\frac{l}{g}}$$

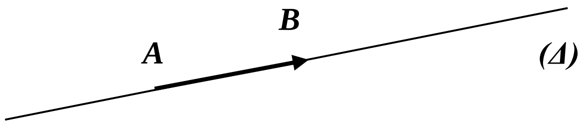
تجربيا وجد أن K = 2π:

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

II –الأشعة

1 . تعريف الشعاع (le vecteur):

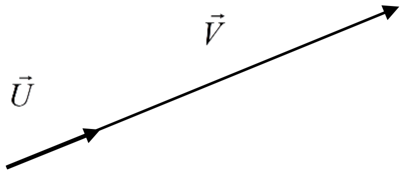
ليكن لدينا الانتقال على خط مستقيم من النقطة الابتدائية A إلى النقطة النهائية B. هذا الانتقال معرف بالاتجاه المتبع و المسافة المقطوعة بين الوضعيتين. نسمي هذا الانتقال **<u>بالشعاع</u>** $\vec{AB}$. فالشعاع عبارة عن قطعة مستقيمة موجهة. تسمى المسافة بين الوضعيتين **بطويلة** الشعاع (***le module***) و هي مقدار **<u>سلمي موجب دوما</u>** يرمز له بالرمز $\|\vec{AB}\|$ أو اختصارا AB.



*** تعريف شعاع الوحدة** (***le vecteur unitaire***)

عبارة عن **شعاع طويلته تساوي الواحد** يرمز له بالرمز $\vec{U}$.

يمكن كتابة أي شعاع $\vec{V}$ موازيا لشعاع الوحدة كما يلي:

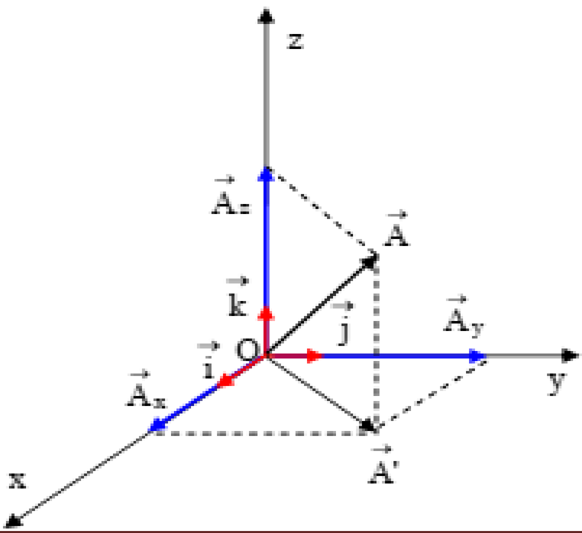


$$\vec{V} = \|\vec{V}\|\,\vec{U} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{U} = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|}$$

2. ثمتيل الأشعة في الفضاء:

كل شعاع في الفضاء يمكن كتابته بدلالة ثلاثة أشعة خطية مستقلة: ثلاثة أشعة غير متوازية مثنى مثنى و ليست كلها في نقس المستوي.

عادة يستعمل التمثيل الديكارتي حيث نختار ثلاث أشعة $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لا تنتمي لنفس المستوي، موازية لثلاث محاور ***(XX', YY', ZZ')***. حيث يمكن كتابة أي شعاع $\vec{A}$ وفق هذه الأشعة كما يلي:



و نكتب:

$$\vec{A} = A_x\,\vec{i} + A_y\,\vec{j} + A\,\vec{k}$$

أو $$\vec{A} = x\vec{i} + y\,\vec{j} + z\vec{k}$$

أو: $$\vec{A}\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$$

أو: $$\vec{A}(A_x,\quad A_y,\quad A_z)$$

نسمي:

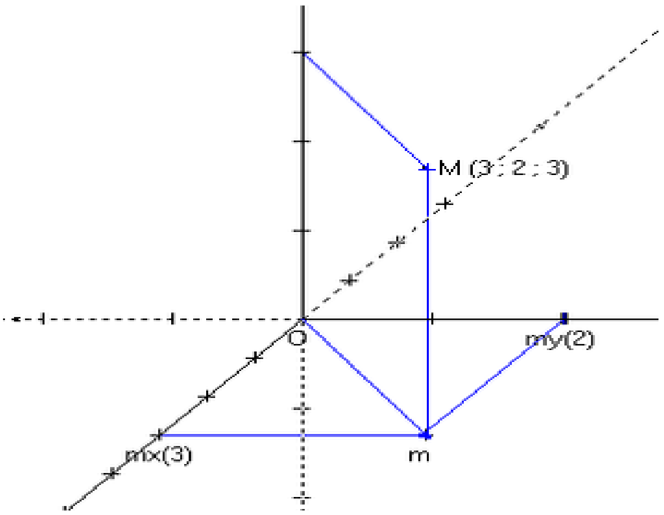
- $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ **<u>قاعدة أو أساس</u>** ***(la base)*** أو أشعة وحدة في الفضاء ثلاثي الأبعاد.
- (A_x, A_y, A_z) أو (x, y, z) فتمثل **<u>مركبات أو إحداثيات</u>** ***(les coordonnées)*** الشعاع $\vec{A}$ بالنسبة لهذه القاعدة.
- $R\,(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ أو $R\,(0\,x\,y\,z)$. **<u>معلم</u>** ***R (un repère ou un référentiel)*** مبدأه ***O*** و أشعة و حدته $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ موازية لثلاث محاور $(x'x, y'y, z'z)$ و حيث أشعة وحدته متعامدة و لها نفس الطويلة و تساوي الوحدة:

$$\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1$$

- في حالة ما إذا عرفنا شعاع بواسطة **نقطتي** بدايته $M\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$ و نهايته $N\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{pmatrix}$ المعرفتين باحداثيثهما:

و فإن الشعاع يعطى بـــ: $$\vec{A} = \overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} N_x - M_x \\ N_y - M_y \\ N_z - M_z \end{pmatrix}$$

- **تذكرة:** مثل النقطة M(3,2,3) :



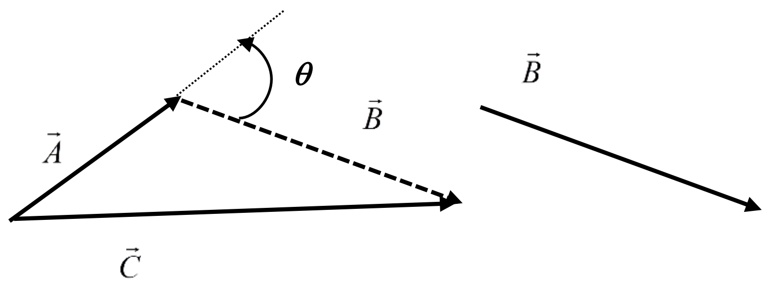
3. عمليات على الاشعة.

1.3 جمع و طرح الاشعة:

- **الجمع :** محصلة (مجموع) شعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو شعاع أخر $\vec{C}$ معرف كما يلي:

$$\vec{C}=\vec{A}+\vec{B} \quad \Rightarrow \quad C=\sqrt{A^2+B^2+2.A.B.\cos\theta}$$

الشعاع $\vec{C}$ ينطلق من مبدأ الشعاع $\vec{A}$ و يصل إلى نهاية الشعاع $\vec{B}$ و هذا بعد سحب الشعاع $\vec{B}$ إلى نهاية $\vec{A}$



- بمعرفة مركبات الشعاعين $\vec{A}\begin{pmatrix}A_x\\A_y\\A_z\end{pmatrix}$ و $\vec{B}\begin{pmatrix}B_x\\B_y\\B_z\end{pmatrix}$ في الفضاء فإن مركبات شعاع المحصلة هو:

$$\vec{C}\begin{pmatrix}A_x+B_x\\A_y+B_y\\A_z+B_z\end{pmatrix}$$

و يتميز ب:

- **تبديلي:** $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$
- **تجميعي:** $(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$
- **توزيعي بالنسبة للجمع:**

$$\alpha(\vec{A}+\vec{B})=\alpha\vec{A}+\alpha\vec{B}$$
$$(\alpha+\beta)\vec{A}=\alpha\vec{A}+\beta\vec{A}$$

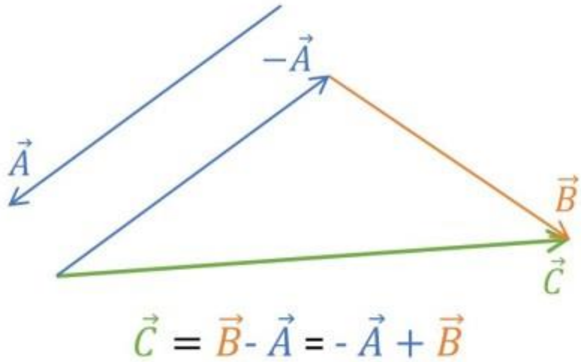
- جداء الشعاع $\vec{A}$ بالمقدار السلمي $\boldsymbol{\alpha}$ هو الشعاع $\vec{A}'$ حيث: $\vec{A}'=\alpha\vec{A}=\vec{A}\alpha$

  و طويلته:

$$\vec{A}'=|\alpha|\|\vec{A}\|$$

الشعاع $\vec{A}'$ له نفس اتجاه $\vec{A}$ إذا كان $\boldsymbol{\alpha}$ موجبا و في عكس اتجاه لـ $\vec{A}$ اذا كان $\boldsymbol{\alpha}$ سالبا.

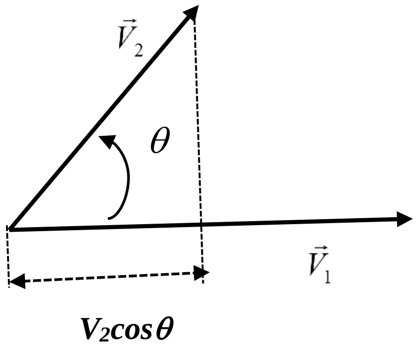
- **الطرح:**



2.3 الجداء السلمي *le produit scalaire*

يعرف الجداء السلمي للشعاعين $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ اللذان يصنعان زاوية θ بينهما، **بالمقدار السلمي (عدد)** الذي نرمز له بـ: $\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2$ بالعلاقة التالية:

$$\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 = \left\|\vec{V}_1\right\| \left\|\vec{V}_2\right\| \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = V_1\ V_2\ \cos\theta$$



* **خواص الجداء السلمي:**

1- الجداء السلمي عملية تبديلية: $\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 = \vec{V}_2 \bullet \vec{V}_1$.

2- الجداء السلمي توزيعي بالنسبة للجمع: $\vec{V}_1 \bullet (\vec{V}_2 + \vec{V}_3) = \vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 + \vec{V}_1 \bullet \vec{V}_3$.

3- الجداء السلمي تجميعي بالنسبة للضرب في عدد حقيقي:

$m(\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2) = (m\vec{V}_1) \bullet \vec{V}_2 = \vec{V}_1 \bullet (m\vec{V}_2) \quad m \in R$.

4- إذا كان **الجداء السلمي لشعاعين معدوم فإن الشعاعين متعامدان** أي:

$$\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$$

5- الجداء السلمي لنفس الشعاع يساوي مربع طويلة هذا الشعاع:

$$\vec V \bullet \vec V = \|\vec V\|\,\|\vec V\|\cos 0 = \|\vec V\|^2 = V^2.$$

6 – بالنسبة لأشعة الوحدة للمعلم الديكارتي:

$$\vec i \bullet \vec j = \vec i \bullet \vec k = \vec j \bullet \vec k = 0$$

<u>الجداء السلمي لشعاعين بدلالة المركبات:</u>

ليكن $\vec V_1(x_1,y_1,z_1)$ و $\vec V_2(x_2,y_2,z_2)$ شعاعان في المعلم م. م. $R(0,\vec i,\vec j,\vec k)$ الجداء السلمي للشعاعين هو:

$$\vec V_1 \bullet \vec V_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

و من هذه العلاقة يمكن استنتاج **<u>طويلة شعاع</u>** بدلالة الإحداثيات:

$$\vec V \bullet \vec V = x^2 + y^2 + z^2 = V^2 \Rightarrow V = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

مثال: احسب الجداء السلمي ل: $\vec V_1(-1,-2,-3)$ $\vec V_1(1,2,3)$

$$\vec V_1 \bullet \vec V_2 = 1(-1) + 2(-2) + 3(-3) = -14$$

3.3 <u>الجداء الشعاعي</u> *le produit vectoriel*

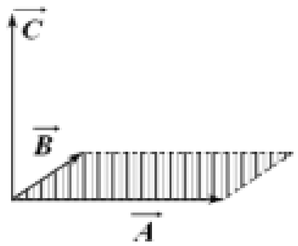
الجداء الشعاعي للشعاعين $\vec A$ و $\vec B$ و اللذان يصنعان زاوية θ بينهما يرمز له بالرمز $\vec A \wedge \vec B$, هو عبارة عن **<u>شعاع ثالث عمودي عليهما</u>** نرمز له بالرمز $\vec C$. و نكتب:

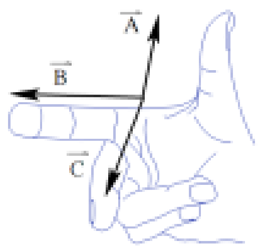
$$\vec C = \vec A \wedge \vec B \qquad (\vec C \perp \vec A \; et \; \vec C \perp \vec B)$$

و **<u>طويلته</u>** تعطى بالعلاقة التالية:

$$\|\vec C\| = \|\vec A \wedge \vec B\| = \|\vec A\|\,\|\vec B\|\sin\theta$$

الإتجاه **<u>الموجب</u>** للجداء الشعاعي هو **<u>عكس اتجاه عقارب الساعة</u>** كما محدد بالشكل أسفله:





<u>هذه القيمة تمثل مساحة متوازي الأضلاع المحصور بين الشعاعين</u> $\vec A$ و $\vec B$ أي $S = \|\vec A \wedge \vec B\|$

و منه نستنتج **<u>مساحة المثلث</u>** $S = \frac{1}{2}\|\vec A \wedge \vec B\|$.

ملاحظة:

بما أن أشعة الوحدة $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ في معلم م. م متعامدة و طويلتها تساوي الواحد فإنه بالإمكان إيجاد علاقة تربط بين هذه الأشعة و هذا باستعمال الجداء الشعاعي كما يلي:

$$\vec{i}\wedge\vec{j}=\vec{k} \qquad \vec{i}\wedge\vec{k}=-\vec{j}$$
$$\vec{j}\wedge\vec{k}=\vec{i} \qquad \vec{k}\wedge\vec{j}=-\vec{i}$$
$$\vec{k}\wedge\vec{i}=\vec{i} \qquad \vec{j}\wedge\vec{i}=-\vec{k}$$

*** خواص الجداء الشعاعي:**

1− الجداء الشعاعي ليس عملية تبديلية. $\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2\neq\vec{V}_2\wedge\vec{V}_1 \quad mais \quad \vec{V}_1\wedge\vec{V}_2=-\vec{V}_2\wedge\vec{V}_1$

2− الجداء الشعاعي عملية توزيعية بالنسبة للجمع. $\vec{V}_1\wedge(\vec{V}_2+\vec{V}_3)=\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2+\vec{V}_1\wedge\vec{V}_3$.

3− الجداء الشعاعي تجميعي بالنسبة للضرب في عدد حقيقي: $m\in R \quad m(\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2)=(m\vec{V}_1)\wedge\vec{V}_2=\vec{V}_1\wedge(m\vec{V}_2)$

.

4− إذا كان **الجداء الشعاعي لشعاعين معدوم فإن الشعاعين متوازيان** أي:

$$\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2=\vec{0}\Leftrightarrow \vec{V}_1\parallel\vec{V}_2.$$

5− الجداء الشعاعي لنفس الشعاع معدوم.

$$\vec{V}\wedge\vec{V}=\vec{0}\Rightarrow\vec{i}\wedge\vec{i}=\vec{j}\wedge\vec{j}=\vec{k}\wedge\vec{k}=\vec{0}$$

*** الجداء الشعاعي بدلالة الإحداثيات:**

ليكن $\vec{V}_1(x_1,y_1,z_1)$ و $\vec{V}_2(x_2,y_2,z_2)$ شعاعان في المعلم م. م. $R(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نحسب الجداء الشعاعي للشعاعين $\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2$ باستعمال طريقة المحدد كما يلي:

$$\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2=\begin{vmatrix}\vec{i} & -\vec{j} & \vec{k}\\ x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}y_1 & z_1\\ y_2 & z_2\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}x_1 & z_1\\ x_2 & z_2\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix}\vec{k}=$$
$$(y_1z_2-y_2z_1)\,\vec{i}-(x_1z_2-x_2z_1)\,\vec{j}+(x_1y_2-x_2y_1)\,\vec{k}$$

4.3 الجداء المختلط: *(le produit mixte)*

الجداء المختلط للأشعة $\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$ لا تنتمي لنفس المستوي هو عبارة عن **مقدار سلمي:** $\vec{A}\bullet(\vec{B}\wedge\vec{C})$

قيمته المطلقة تساوي حجم متوازي الأوجه المشكل بهذه الأشعة : $V=\left|\vec{A}\bullet(\vec{B}\wedge\vec{C})\right|$

يتم حسابه بواسطة المحدد

$$\vec{A}\bullet(\vec{B}\wedge\vec{C})=\begin{vmatrix} x_A & y_A & z_A \\ x_B & y_B & z_B \\ x_C & y_B & z_C \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} y_B & z_B \\ y_C & z_C \end{vmatrix}x_A-\begin{vmatrix} x_B & z_B \\ x_C & z_C \end{vmatrix}y_A+\begin{vmatrix} x_B & y_B \\ x_C & y_C \end{vmatrix}z_A$$

$$\vec{A}\bullet(\vec{B}\wedge\vec{C})=(y_B z_C - y_C z_B)x_A-(x_B z_C - x_C z_B)y_A+(x_B y_C - x_C y_B)z_A$$

<u>خواص الجداء المختلط:</u>

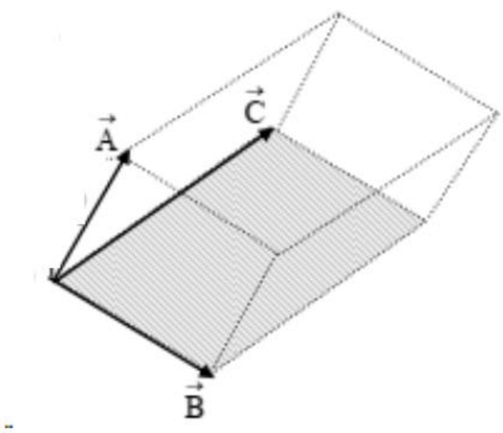
1. $$\vec{A}\bullet(\vec{B}\wedge\vec{C})=(\vec{A}\wedge\vec{B})\bullet\vec{C}=(\vec{C}\wedge\vec{A})\bullet\vec{B}=......$$

أي يساوي نفس القيمة مهما كانت وضعية الأشعة في الجداء .

2. **<u>يكون الجداء المختلط معدوما</u>** $\vec{A}\bullet(\vec{B}\wedge\vec{C})=0$ **<u>إذا كان:</u>**

- الأشعة الثلاثة تنتمي لنفس المستوي
- اثنين منها متوازيين
- واحد منها معدوم

3. **يمثل القيمة المطلقة للجداء المختلط حجم متوازي الأوجه المشكل بالأشعة الثلاثة**



5.3 الجداء المضاعف: *(le produit double)*

هو عملية من الشكل:

$$\vec{A}\wedge(\vec{B}\wedge\vec{C})=\vec{B}\bullet(\vec{C}\bullet\vec{A})-\vec{C}\bullet(\vec{A}\bullet\vec{B})$$

خواص:

- $\vec{A}\wedge(\vec{B}\wedge\vec{C})\neq(\vec{A}\wedge\vec{B})\wedge\vec{C}$
- يكون الجداء المضاعف معدوما : $\vec{A}\wedge(\vec{B}\wedge\vec{C})=0$ إذاكان $\vec{B}\parallel\vec{C}$ أو $\vec{A}$ عمودي على $\vec{B};\vec{C}$

4. الدوال الشعاعية:

الدالة الشعاعية هي كل شعاع تتغير طويلته و حامله و اتجاهه بتغير الزمن:

$$\vec{V}(t)=\begin{pmatrix}V_x(t)\\V_y(t)\\V_z(t)\end{pmatrix}$$

مشتق الدالة الشعاعية هو دالة شعاعية:

$$\vec{W}(t)=\frac{d\vec{V}(t)}{dt}=\begin{pmatrix}W_x(t)\\W_y(t)\\W_z(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{dV_x}{dt}\\\frac{dV_y}{dt}\\\frac{dVz_x}{dt}\end{pmatrix}$$

حيث نعرف الاشتقاق بـ:

$$\frac{d\vec{V}}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{V}(t+\Delta t)-\vec{V}(t)}{\Delta t}$$

خواص الاشتقاق:

- مشتق مجموع دالتين شعاعتين: $\frac{d\left[\vec{V}_1(t)+\vec{V}_2(t)\right]}{dt}=\frac{d\vec{V}_1(t)}{dt}+\frac{d\vec{V}_2(t)}{dt}$
- مشتق جداء دالة سلمية بدالة شعاعية: $\frac{d\left[f(t)\times\vec{V}(t)\right]}{dt}=\frac{df(t)}{dt}\times\vec{V}(t)+f(t)\times\frac{d\vec{V}(t)}{dt}$

- مشتق الجداء السلمي لدالتين شعاعتين: $\frac{d\left[\vec{V}_1(t)\bullet\vec{V}_2(t)\right]}{dt}=\frac{d\vec{V}_1(t)}{dt}\bullet\vec{V}_2+\vec{V}\bullet_1\frac{d\vec{V}_2(t)}{dt}$
- مشتق الجداء الشعاعي لدالتين شعاعتين: $\frac{d\left[\vec{V}_1(t)\wedge\vec{V}_2(t)\right]}{dt}=\frac{d\vec{V}_1(t)}{dt}\wedge\vec{V}_2+\vec{V}\wedge_1\frac{d\vec{V}_2(t)}{dt}$

تكامل الدوال الشعاعية:

نعرف تكامل الدالة الشعاعية بالشكل التالي:

$$\vec{f}(t)=\int\vec{V}(t)dt$$

حيث:

$$\vec{f}(t)=f_x(t)\vec{i}+f_y(t)\vec{j}+f_z(t)\vec{k}$$

$$\left[\begin{array}{l}\vec{f}_x(t)=\int\vec{V}_x(t)dt\\ \vec{f}_y(t)=\int\vec{V}_y(t)dt\\ \vec{f}_z(t)=\int\vec{V}_z(t)dt\end{array}\right.$$