

EXERCICE N°1

Un expérimentateur avait extrait à partir de 5 plantes les doses ($\mu\text{g/g}$) de polyphénols suivantes: **13, 15, 13, 14, 15**.

1. Faites ressortir les notions de base de la statistique.
2. Donner le tableau statistique.
3. Tracer le diagramme intégral par l'utilisation des effectifs cumulés.

SOLUTION

1. Les notions de base :

Population statistique	: Les plantes
Unité statistique	: Une plante
Echantillon	: 5 plantes (n=5)
Caractère	: doses en polyphénols ($\mu\text{g/g}$)
Nature du caractère	: Caractère quantitatif (continu, mesurable, de stock) assimilé à un cas discret.
Modalités	: 13, 14, 15
Taille (Cardinal)	: 5

2. Tableau statistique

Tableau I : Tableau de dénombrement des doses en polyphénols dans un échantillon de 5 plantes.

x_i	n_i	f_i	$N_i\uparrow$	$F_i\uparrow$
13	2	0,4	2	0,4
14	1	0,2	3	0,6
15	2	0,4	5	1
T	5	1	-	-

3. Tracer le diagramme intégral en utilisant les effectifs cumulés.

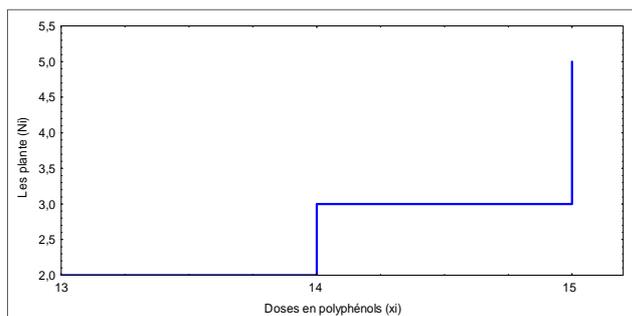


Figure 1 : Diagramme intégral des plantes en fonction des doses en polyphénols.

EXERCICE N°2

Un généticien s'est intéressé au séquençage de l'ADN de 10 espèces de poissons d'eau douce, les résultats obtenus sont : **AATCGCC**, **AACTCGG**, **AATCGCC**, **ACGTAAT**, **TCGATCG**, **AACTCGG**, **AATCGCC**, **TCGATCG**, **ACGTAAT**, **AATCGCC**.

1. Faites ressortir les notions de base de la statistique.
2. Donner le tableau statistique.
3. Tracer le graphe correspondant.

SOLUTION

1. Les notions de base :

Population statistique	: Les espèces de poissons d'eau douce
Unité statistique	: Une espèce
Echantillon	: 10 espèces (n=10)
Caractère	: Les séquences d'ADN
Nature du caractère	: Caractère qualitatif nominal
Modalités	: AATCGCC ; AACTCGG ; ACGTAAT ; TCGATCG
Taille (Cardinal)	: 10

2. Tableau statistique

Tableau II : Tableau de dénombrement des séquences d'ADN de 10 espèces de poissons d'eau douce.

x_i	n_i	f_i	$N_i \uparrow$	$F_i \uparrow$
AATCGCC	4	0,4	4	0,4
AACTCGG	2	0,2	6	0,6
ACGTAAT	2	0,2	8	0,8
TCGATCG	2	0,2	10	1
T	10	1	-	-

3. Tracer le diagramme intégral en utilisant les effectifs cumulés.

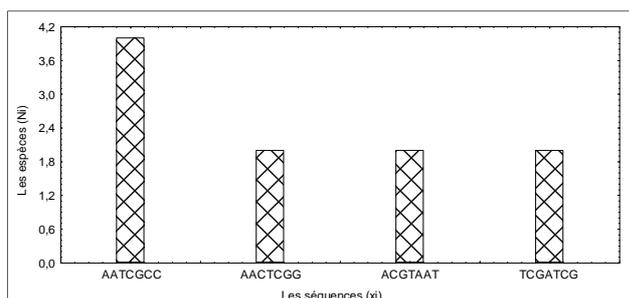


Figure 2 : Tuyaux d'orgue des espèces de poissons d'eau douce en fonction des séquences d'ADN.

EXERCICE N°3

Un enseignant a voulu savoir le niveau des étudiants de Biochimie en module de BMGG, pour ce faire il s'est intéressé aux notes obtenues au premier semestre par 50 étudiants. Les résultats sont : **12 / 10 / 12 / 13 / 10 / 15 / 14 / 10 / 11 / 11 / 12 / 15 / 12 / 10 / 12 / 13 / 10 / 15 / 14 / 10 / 12 / 10 / 12 / 13 / 10 / 15 / 14 / 10 / 11 / 11 / 12 / 15 / 12 / 10 / 12 / 13 / 10 / 15 / 14 / 10 / 11 / 12 / 13 / 12 / 10 / 11 / 12 / 13 / 12 / 10.**

1. Faites ressortir les notions de base de la statistique.
2. Donner le tableau statistique.
3. Tracer le diagramme intégral en utilisant les effectifs cumulés.

SOLUTION

1. Les notions de base :

Population statistique	:	Les étudiants de Biochimie
Unité statistique	:	Un étudiant
Echantillon	:	50 espèces (n=50)
Caractère	:	Les notes de BMGG en premier semestre
Nature du caractère	:	Caractère quantitatif (continue, mesurable, d'intensité) assimilé à un cas discret
Modalités	:	10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15
Taille (Cardinal)	:	50

2. Tableau statistique

Tableau III : Tableau de dénombrement des notes d'examen de BMGG de 50 étudiants de Biochimie.

x_i	n_i	f_i	$N_i \uparrow$	$F_i \uparrow$
10	14	0,28	14	0,28
11	6	0,12	20	0,40
12	14	0,28	34	0,68
13	6	0,12	40	0,80
14	4	0,08	44	0,88
15	6	0,12	50	1
T	50	1	-	-

3. Tracer le diagramme intégral en utilisant les effectifs cumulés.

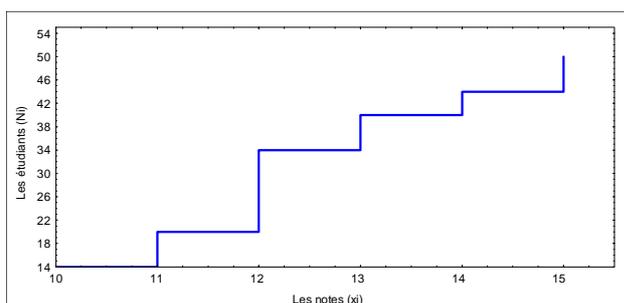


Figure 3 : Diagramme intégral des étudiants Biochimie en fonction de leurs notes en BMGG.

EXERCICE N°4

Afin de tester la toxicité d'une molécule synthétique sur les organes reproducteurs des souris blanches, un biologiste a préparé 10 lots de 10 souris chacun. Pour des doses ($\mu\text{g/g}$) différentes, il a obtenu, en fonction des lots, les taux de mortalité (%) suivants : **0, 12, 0, 50, 12, 50, 100, 12, 50, 100**.

1. Faites ressortir les notions de base de la statistique.
2. Donner le tableau statistique.
3. Tracer le diagramme intégral en utilisant les effectifs cumulés.

SOLUTION

1. Les notions de base :

Population statistique	:	Les lots de souris
Unité statistique	:	Un lot de souris
Echantillon	:	10 lots de souris
Caractère	:	Taux de mortalité
Nature du caractère	:	Caractère quantitatif (continue, mesurable, d'intensité) assimilé à un cas discret
Modalités	:	0 ; 12 ; 50 ; 100
Taille (Cardinal)	:	10

2. Tableau statistique

Tableau IV : Tableau de dénombrement des taux de mortalité de souris dans 10 lots de 10 souris chacun.

x_i	n_i	f_i	$N_i\uparrow$	$F_i\uparrow$
0	2	0,2	2	0,2
12	3	0,3	5	0,5
50	3	0,3	8	0,8
100	2	0,2	10	1
T	10	1	-	-

3. Tracer le diagramme intégral en utilisant les effectifs cumulés.

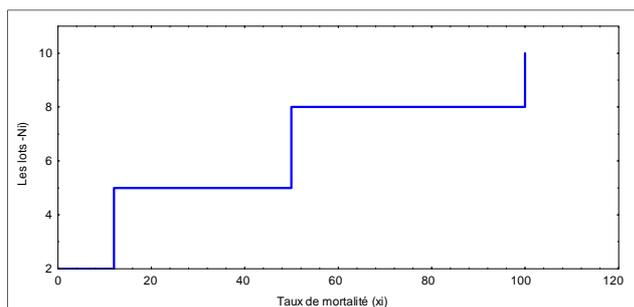


Figure 4 : Diagramme intégral des lots de souris en fonction de leurs taux de mortalité.

EXERCICE N°5

Dans un laboratoire de Biochimie, 20 étudiants ont élaboré une liste d'espèce de plantes qui seront sujettes d'une extraction des huiles essentielles, les résultats en nombre sont comme suit : 75 / 69 / 75 / 96 / 80 / 102 / 102 / 69 / 75 / 75 / 90 / 80 / 96 / 80 / 96 / 80 / 96 / 80 / 90 / 102.

1. Faites ressortir les notions de base de la statistique.
2. Donner le tableau statistique.
3. Calculer les effectifs cumulatifs croissants et les fréquences cumulatives croissantes et tracer une courbe en fonction de l'un des paramètres.
4. Calculer les paramètres de position (moyenne, mode, médiane)
5. Calculer les paramètres de dispersion (variance et écart-type)
6. Déduire à partir des paramètres de position le type de la distribution.

SOLUTION

1. Les notions de base :

Population statistique	: Les étudiants de Biochimie
Unité statistique	: Un étudiant
Echantillon	: 20 étudiants
Caractère	: Nombre de plantes à étudier au laboratoire
Nature du caractère	: Caractère discret, mesurable, de stock.
Modalités	: 69 ; 75 ; 80 ; 90 ; 96 ; 102
Taille (Cardinal)	: 20

2. Tableau statistique et calcul des cumuls

Tableau V : Tableau de dénombrement des doses en polyphénols de cinq plantes.

x_i	n_i	f_i	$N_i \uparrow$	$F_i \uparrow$
69	2	0,1	2	0,1
75	4	0,2	6	0,3
80	5	0,25	11	0,55
90	2	0,1	13	0,65
96	4	0,2	17	0,85
102	3	0,15	20	1
T	20	1	-	-

3. Représentation graphique

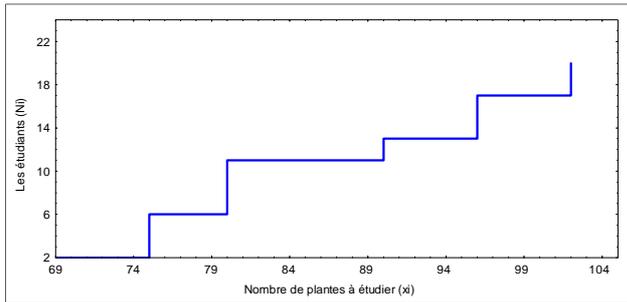


Figure 5 : Diagramme intégral des étudiants en fonction du nombre de plantes à étudier.

4. Calcul des paramètres de position

a. La moyenne

$$m = [(0,1 \times 69) + (0,2 \times 75) + (0,25 \times 80) + (0,1 \times 90) + (0,2 \times 96) + (0,15 \times 102)]$$

$$m = 85,4 \text{ plantes}$$

b. Le mode

$$Mo = 80 \text{ plantes}$$

c. La médiane

$$P = 10$$

$$Me = [X_{(10)} + X_{(11)}] / 2$$

$$Me = (80 + 80) / 2$$

$$Me = 80 \text{ plantes}$$

5. Calcul des paramètres de dispersion

a. La variance

$$s^2 = 1/19 [2(69 - 85,4)^2 + 4(75 - 85,4)^2 + 5(80 - 85,4)^2 + 2(90 - 85,4)^2 + 4(96 - 85,4)^2 + 3(102 - 85,4)^2]$$

$$s^2 = 134,88 \text{ plantes}$$

b. Ecart-type

$$s = 11,61 \text{ plantes.}$$

6. Type de la distribution

$$m > Me = Mo$$

La distribution est positivement dissymétrique

EXERCICE N°6

Au laboratoire, lors des tests de toxicité, un biochimiste s'est intéressé au nombre de lapins décédés soumis à des concentrations différentes d'une toxine. Afin d'atteindre au parfait l'objectif recherché, ce chercheur a effectué 100 expériences. Les résultats sont les suivants :
 4 / 1 / 1 / 3 / 3 / 4 / 2 / 2 / 2 / 3 / 3 / 4 / 1 / 1 / 1 / 2 / 2 / 3 / 4 / 4 / 2 / 3 / 3 / 5 / 0 / 2 / 2 / 3 / 2 / 2 /
 3 / 2 / 3 / 2 / 0 / 3 / 2 / 2 / 1 / 2 / 4 / 3 / 4 / 2 / 3 / 2 / 2 / 2 / 1 / 1 / 4 / 3 / 2 / 1 / 3 / 5 / 4 / 1 / 2 /
 2 / 4 / 1 / 3 / 3 / 4 / 2 / 2 / 3 / 1 / 4 / 3 / 2 / 0 / 2 / 4 / 1 / 3 / 5 / 0 / 3 / 2 / 2 / 2 / 3 / 4 / 2 / 2 / 3 / 2 /
 3 / 3 / 4 / 1 / 3 / 2 / 3 / 2 / 3 / 1 / 2.

1. Faites ressortir les notions de base de la statistique.
2. Donner le tableau statistique.
3. Calculer les effectifs cumulatifs croissants et les fréquences cumulatives croissantes et tracer une courbe en fonction de l'un des paramètres.
4. Calculer les paramètres de position (moyenne, mode, médiane)
5. Calculer les paramètres de dispersion (variance et écart-type)
6. Dédurre à partir des paramètres de position le type de la distribution.

SOLUTION

1. Les notions de base :

Population statistique	: Les expériences
Unité statistique	: Une expérience
Echantillon	: 100 expériences
Caractère	: Nombre de mortalité
Nature du caractère	: Caractère quantitatif discret, mesurable, de stock
Modalités	: 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5
Taille (Cardinal)	: 100

2. Tableau statistique et calcul des cumuls

Tableau VI : Tableau de dénombrement des mortalités en lapins dans 100 expériences.

x_i	n_i	f_i	$N_i \uparrow$	$F_i \uparrow$
0	4	0,04	4	0,04
1	15	0,15	19	0,19
2	35	0,35	54	0,54
3	28	0,28	82	0,82
4	15	0,15	97	0,97
5	3	0,03	100	1
T	100	1	-	-

3. Représentation graphique

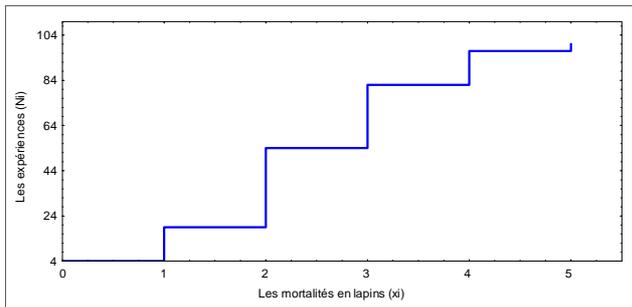


Figure 6 : Diagramme intégral des expériences en fonction du nombre de lapins décédés.

4. Calcul des paramètres de position

a. La moyenne

$$m = [(0,04 \times 0) + (0,15 \times 1) + (0,35 \times 2) + (0,28 \times 3) + (0,15 \times 4) + (0,03 \times 5)]$$

$$m = 2,44 \text{ mortalités}$$

b. Le mode

$$Mo = 2 \text{ mortalités}$$

c. La médiane

$$P = 50$$

$$Me = [X_{(50)} + X_{(51)}] / 2$$

$$Me = (2 + 2) / 2$$

$$Me = 2 \text{ mortalités}$$

5. Calcul des paramètres de dispersion

a. La variance

$$s^2 = 1/99 [4(0 - 2,44)^2 + 15(1 - 2,44)^2 + 35(2 - 2,44)^2 + 28(3 - 2,44)^2 + 15(4 - 2,44)^2 + 3(5 - 2,44)^2]$$

$$s^2 = 0,66 \text{ mortalités}$$

b. Ecart-type

$$s = 0,81 \text{ mortalités}$$

6. Type de la distribution

$$m > Me = Mo$$

La distribution est positivement dissymétrique

EXERCICE N°7

Une insémination artificielle a été exercée sur cinquante vaches, après une période il a été enregistré l'efficacité de ce dispositif par comptage du nombre de descendants. Les résultats sont : 2 / 2 / 3 / 5 / 2 / 1 / 4 / 2 / 3 / 5 / 3 / 2 / 3 / 3 / 4 / 1 / 2 / 4 / 2 / 2 / 4 / 2 / 3 / 2 / 3 / 3 / 2 / 2 / 4 / 2 / 1 / 4 / 2 / 3 / 2 / 2 / 3 / 1 / 3 / 3 / 2 / 3 / 2 / 2 / 3 / 4 / 3 / 2 / 3 / 2.

1. Faites ressortir les notions de base de la statistique.
2. Donner le tableau statistique.
3. Calculer les effectifs cumulatifs croissants et les fréquences cumulatives croissantes et tracer une courbe en fonction de l'un des paramètres.
4. Calculer les paramètres de position (moyenne, mode, médiane)
5. Calculer les paramètres de dispersion (variance et écart-type)
6. Déduire à partir des paramètres de position le type de la distribution.

SOLUTION

1. Les notions de base :

Population statistique	:	Les vaches
Unité statistique	:	Une vache
Echantillon	:	50 vaches
Caractère	:	Nombre de descendants
Nature du caractère	:	Caractère quantitatif discret, mesurable, de stock
Modalités	:	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5
Taille (Cardinal)	:	50

2. Tableau statistique et calcul des cumuls

Tableau VII : Tableau de dénombrement des descendance de 50 vaches.

x_i	n_i	f_i	$N_i \uparrow$	$F_i \uparrow$
1	4	0,08	4	0,08
2	21	0,42	25	0,50
3	16	0,32	41	0,82
4	7	0,14	48	0,96
5	2	0,04	50	1
T	50	1	-	-

3. Représentation graphique

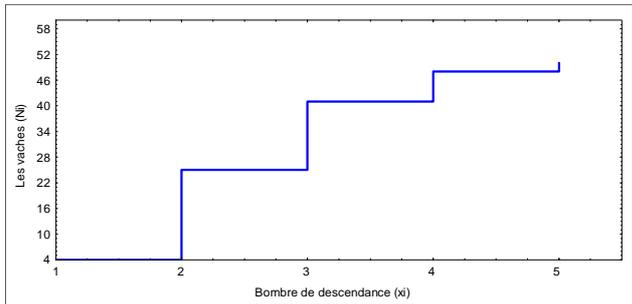


Figure 7 : Diagramme intégral des vaches en fonction du nombre de descendants.

4. Calcul des paramètres de position

a. La moyenne

$$m = [(0,08 \times 1) + (0,42 \times 2) + (0,32 \times 3) + (0,14 \times 4) + (0,04 \times 5)]$$

$$m = 2,64 \text{ vaches}$$

b. Le mode

$$Mo = 2 \text{ vaches}$$

c. La médiane

$$P = 25$$

$$Me = [x_{(25)} + x_{(26)}] / 2$$

$$Me = (2 + 3) / 2$$

$$Me = 2,5 \text{ vaches}$$

5. Calcul des paramètres de dispersion

a. La variance

$$s^2 = 1/49 [4(1 - 2,64)^2 + 21(2 - 2,64)^2 + 16(3 - 2,64)^2 + 7(4 - 2,64)^2 + 2(5 - 2,64)^2]$$

$$s^2 = 0,92 \text{ vaches}$$

b. Ecart-type

$$s = 0,95 \text{ vaches}$$

6. Type de la distribution

$$m > Me > Mo$$

La distribution est positivement dissymétrique

EXERCICE N°8

La TSHus (Thyréostimuline Hormone) est une hormone sécrétée au niveau de la glande thyroïdienne par l'hypothalamus. Stimulant ainsi, à ce niveau, la production de deux autres hormones de base ; T3 (Triiodthyronine) et T4 (Thyroxine). Le bon fonctionnement de la glande, qui repose sur l'ensemble des hormones, assure une régulation efficace du métabolisme en générale. Par contre, le dysfonctionnement de la glande engendre plusieurs maladies : Hyperthyroïdie, Hypothyroïdie, Le nodule et Le goitre... Pour cela, Un biochimiste s'est intéressé aux résultats des bilans, effectués à une clinique privée, des patients, les résultats sont les suivants :

Patients	Âge	[TSHus] (μ UI/ml)	Normes (μ UI/ml)	*Diagnostic I ^{aire}
Patient 1	30	0,15	0.35 – 4.94	A
Patient 2	29	0,10		A
Patient 3	21	0,23		A
Patient 4	33	0,50		B
Patient 5	25	1,20		B
Patient 6	58	60,50		A
Patient 7	43	1,40		B
Patient 8	19	72,50		A
Patient 9	21	61,55		A
Patient 10	19	3,48		B
Patient 11	45	4,35		B
Patient 12	37	5,28		A
Patient 13	25	1,55		B
Patient 14	21	0,23		A
Patient 15	19	61,54		A

***A** = Dysfonctionnement de la glande, **B**= Bon fonctionnement de la glande.

1. Faites ressortir les notions de base.
2. Donner le tableau statistique avec le calcul des cumuls croissants des effectifs et des fréquences.
3. Calculer les paramètres de position.
4. Calculer la variance, l'étendu interquartile, l'intervalle semi-interquartile et le coefficient interquartile relatif.
5. Précisez la forme de la distribution de la série par l'utilisation des trois démarches : paramètres de position, coefficients d'asymétrie et d'aplatissement.

SOLUTION

1. Les notions de base

Dans cette problématique il existe trois variables différentes :

Population statistique : Les patients
Unité statistique : Un patient
Echantillon : 15 patients
Taille (Cardinal) : 15

VARIABLE 1

Caractère : Age
Nature du caractère : Caractère quantitatif continu, mesurable, d'intensité
Modalités : 5 classes (voir tableau ci-après)

VARIABLE 2

Caractère : La quantité de la TSHus (Thyréostimuline Hormone)
Nature du caractère : Caractère quantitatif continu, mesurable, d'intensité
Modalités : 5 classes –voir tableau ci-après)

VARIABLE 3

Caractère : Etat de la glande
Nature du caractère : Caractère qualitatif ordinal
Modalités : A, B

2. Tableau statistique et calcul des cumuls

Nombre de classe : $k = 1 + 3,3 \text{ Log } 15 = 4,88$

$$\boxed{k = 5 \text{ classes}}$$

VARIABLE 1

Amplitude : $a = (58 - 19) / 5 = 7,8$

$$\boxed{a = 8 \text{ ans}}$$

Tableau VIII : Tableau des classes d'âges des patients étudiés.

Classes	c_i	n_i	f_i	$N_i \uparrow$	$F_i \uparrow$
[19 - 27 [23	8	0,53	8	0,53
[27 - 35 [31	3	0,20	11	0,73
[35 - 43 [39	1	0,07	12	0,80
[43 - 51 [47	2	0,13	14	0,93
[51 - 59 [55	1	0,07	15	1
T	-	15	1	-	-

VARIABLE 2

Amplitude : $a = (72,5 - 0,1) / 5 = 14,48$

$$a = 14,48 \mu\text{UI/ml}$$

Tableau IX : Tableau des classes de la quantité en TSHus des patients étudiés.

Classe	c_i	n_i	f_i	$N_i\uparrow$	$F_i\uparrow$
[0,1 – 14,58 [7,34	11	0,73	11	0,73
[14,58 – 29,06 [21,82	0	0	11	0,73
[29,06 – 43,58[36,3	0	0	11	0,73
[43,58 – 58,02[50,78	0	0	11	0,73
[58,02 – 72,5]	65,26	4	0,27	15	1
T	-	15	1	-	-

VARIABLE 3

Tableau X : Tableau des diagnostics de la glande thyroïdienne.

x_i	n_i	f_i	$N_i\uparrow$	$F_i\uparrow$
A	9	0,6	9	0,6
B	6	0,4	15	1
T	15	1	-	-

3. Calcul des paramètres de position

VARIABLE 1

a. La moyenne

$$m = 1/15 [(8 \times 23) + (3 \times 31) + (1 \times 39) + (2 \times 47) + (1 \times 55)]$$

$$m = 31 \text{ ans}$$

b. Le mode

Approche 1

$$Mo = 23 \text{ ans}$$

La classe modale est [19 – 27[ans

Approche 2

$$Mo = 19 + 8 [8 / (8 + 5)] = 19 + (8 \times 0,61)$$

$$Mo = 23,88 \text{ ans}$$

c. La médiane

Approche 1

$$Me = 19 + 8 [(7,5 - 0) / (8 - 0)]$$

$$\boxed{Me = 26,50 \text{ ans}}$$

Approche 2

$$Me = 19 + b$$

$$b = (7,5 \times 8) / 8 = 7,5$$

$$\boxed{Me = 26,50 \text{ ans}}$$

VARIABLE 2

a. La moyenne

$$m = 1/15 [(11 \times 7,34) + (0 \times 21,82) + (0 \times 36,3) + (0 \times 50,78) + (4 \times 65,26)]$$

$$\boxed{m = 22,78 \mu\text{UI/ml}}$$

b. Le mode

Approche 1

$$\boxed{Mo = 7,34 \mu\text{UI/ml}}$$

La classe modale est [0,1 – 14,58[$\mu\text{UI/ml}$]

Approche 2

$$Mo = 0,1 + 14,48 [11 / (11 + 11)]$$

$$\boxed{Mo = 7,34 \mu\text{UI/ml}}$$

c. La médiane

Approche 1

$$Me = 0,1 + 14,48 [(7,5 - 0) / (11 - 0)]$$

$$\boxed{Me = 9,97 \mu\text{UI/ml}}$$

Approche 2

$$Me = 0,1 + b$$

$$b = (7,5 \times 14,48) / 11 = 9,87$$

$$\boxed{Me = 9,97 \mu\text{UI/ml}}$$

4. Calcul des paramètres de dispersion

VARIABLE 1

a. La variance

$$s^2 = 1/14 [8 (23 - 31)^2 + 3 (31 - 31)^2 + 1 (39 - 31)^2 + 2 (47 - 31)^2 + 1 (55 - 31)^2]$$

$$s^2 = 118,85 \text{ ans}$$

b. Ecart-type

$$s = 10,90 \text{ ans}$$

c. Etendu interquartile

Q_1 ?

Approche 1

$$Q_1 = 19 + 8 [(3,75 - 0) / (8 - 0)]$$

$$Q_1 = 22,75 \text{ ans}$$

Approche 2

$$Q_1 = 19 + b$$

$$b = (3,75 \times 8) / 8 = 3,75$$

$$Q_1 = 22,75 \text{ ans}$$

Q_3 ?

Approche 1

$$Q_3 = 35 + 8 [(11,25 - 11) / (12 - 11)]$$

$$Q_3 = 37 \text{ ans}$$

Approche 2

$$Q_3 = 35 + b$$

$$b = (0,25 \times 8) / 1 = 2$$

$$Q_3 = 37 \text{ ans}$$

$$Iq = 37 - 22,75$$

$$Iq = 14,25 \text{ ans}$$

d. L'intervalle semi-interquartile

$$Q = 14,25 / 2$$

$$Q = 7,12 \text{ ans}$$

e. *Le coefficient interquartile relatif*

$$CIQ = 14,25 / 26,50$$

$$CIQ = 0,53$$

VARIABLE 2

a. *La variance*

$$s^2 = 1/14 [11 (7,34 - 22,78)^2 + 0 (21,83 - 22,78)^2 + 0 (36,3 - 22,78)^2 + 0 (50,78 - 22,78)^2 + 4 (65,26 - 22,78)^2]$$

$$s^2 = 702,88 \mu\text{UI/ml}$$

b. *Ecart-type*

$$s = 26,51 \mu\text{UI/ml}$$

c. *Etendu interquartile*

Q_1 ?

Approche 1

$$Q_1 = 0,1 + 14,48 [(3,75 - 0) / (11 - 0)]$$

$$Q_1 = 5,03 \mu\text{UI/ml}$$

Approche 2

$$Me = 0,1 + b$$

$$b = (3,75 \times 14,48) / 11 = 4,93$$

$$Q_1 = 5,03 \mu\text{UI/ml}$$

Q_3 ?

Approche 1

$$Q_3 = 43,58 + 14,48 [(11,25 - 11) / (15 - 11)]$$

$$Q_3 = 44,48 \mu\text{UI/ml}$$

Approche 2

$$Q_3 = 43,58 + b$$

$$b = (0,25 \times 14,48) / 4 = 0,90$$

$$Q_3 = 44,48 \mu\text{UI/ml}$$

$$Iq = 44,48 - 5,03$$

$$Iq = 49,51 \mu\text{UI/ml}$$

d. L'intervalle semi-interquartile

$$Q = 49,51 / 2$$

$$Q = 24,75 \mu\text{UI/ml}$$

e. Le coefficient interquartile relatif

$$CIQ = 49,51 / 9,97$$

$$CIQ = 4,96$$

5. Type de la distribution

VARIABLE 1

a. Par la comparaison des paramètres de position

$$m > Me > Mo$$

La distribution est positivement dissymétrique

b. Par le calcul du coefficient d'asymétrie

$$S = m_3 / s^3$$

$$m_3 = 1/15 [8 (23 - 31)^3 + 3 (31 - 31)^3 + 1 (39 - 31)^3 + 2 (47 - 31)^3 + 1 (55 - 31)^3] = 1228,8 \text{ ans}$$

$$s^3 = (10,90)^3 = 1295,02 \text{ ans}$$

$$S = 0,94$$

S est positif, alors la distribution étalée à droite.

c. Par le calcul du coefficient d'aplatissement

$$K = m_4 / s^4$$

$$m_4 = 1/15 [8 (23 - 31)^4 + 3 (31 - 31)^4 + 1 (39 - 31)^4 + 2 (47 - 31)^4 + 1 (55 - 31)^4] = 33314,13 \text{ ans}$$

$$s^4 = (10,90)^4 = 14115,81 \text{ ans}$$

$$K = 2,36$$

$$K' = -0,64$$

$K' < 0$, donc les queues comptent moins d'observations que dans une distribution normale.

VARIABLE 2

d. Par comparaison des paramètres de tendance centrale

$$m > Me > Mo$$

La distribution est positivement dissymétrique

e. Par le calcul du coefficient d'asymétrie

$$S = m_3 / s^3$$

$$m_3 = 1 / 15 [11 (7,34 - 22,78)^3 + 0 (21,83 - 22,78)^3 + 0 (36,3 - 22,78)^3 + 0 (50,78 - 22,78)^3 + 4 (65,26 - 22,78)^3] = 17742,69 \mu\text{UI/ml}$$

$$s^3 = (26,51)^3 = 18630,70 \mu\text{UI/ml}$$

$$S = 0,95$$

S est positif, alors la distribution étalée à droite.

f. Par le calcul du coefficient d'aplatissement

$$K = m_4 / s^4$$

$$m_4 = 1 / 15 [11 (7,34 - 22,78)^4 + 0 (21,83 - 22,78)^4 + 0 (36,3 - 22,78)^4 + 0 (50,78 - 22,78)^4 + 4 (65,26 - 22,78)^4] = 910050,34 \mu\text{UI/ml}$$

$$s^4 = (26,51)^4 = 493899,86 \mu\text{UI/ml}$$

$$K = 1,84$$

$$K' = -1,16$$

$K' < 0$, donc les queues comptent moins d'observations que dans une distribution normale.

Remarque

VARIABLE 3 : Puisque les modalités sont exprimées en qualité alors la description numérique n'est pas possible.

EXERCICE N°9

Dans une étude sur les malformations morphologiques des poissons d'eau douce suite à leur exposition à la pollution, il a été analysé 33 individus. Les résultats obtenus sont ainsi :

Anomalies	2	4	5	8	10	11	12	14	15	18	20
Effectifs	1	2	1	4	2	7	6	3	4	2	1

1. Déterminer l'étendue et le mode de cette série.
2. Construire un tableau donnant les effectifs cumulés, les fréquences et les fréquences cumulées.
3. Calculer la moyenne de cette série.
4. Déterminer la médiane de cette série.
5. Quel est le nombre de poissons ayant un nombre d'anomalie strictement inférieur à 8 ?
6. Quel est le pourcentage de poissons ayant un nombre d'anomalie supérieur ou égal à 10 ?

SOLUTION

1. Etendue et mode

a. Etendue

$$E = 20 - 2 = 18$$

$$E = 18 \text{ anomalies}$$

b. Le mode

$$Mo = 11 \text{ anomalies}$$

2. Tableau statistique

Tableau XI : Tableau des effectifs et des fréquences des anomalies relatives aux 33 poissons analysés.

x_i	2	4	5	8	10	11	12	14	15	18	20	T
ni	1	2	1	4	2	7	6	3	4	2	1	33
f_i	0,03	0,06	0,03	0,12	0,06	0,22	0,18	0,09	0,12	0,06	0,03	1
$N_i \uparrow$	1	3	4	8	10	17	23	26	30	32	33	-
$F_i \uparrow$	0,03	0,09	0,12	0,24	0,30	0,52	0,70	0,79	0,91	0,97	1	-

3. La moyenne

$$m = 1/33 [(1 \times 2) + (2 \times 4) + (1 \times 5) + (4 \times 8) + (2 \times 10) + (7 \times 11) + (6 \times 12) + (3 \times 14) + (4 \times 15) + (2 \times 18) + (1 \times 20)]$$

$$m = 11,33 \text{ anomalies}$$

4. La médiane

$$P = 16$$

$$Me = x_{(17)}$$

$$\boxed{Me = 11 \text{ anomalies}}$$

5. D'après le tableau des effectifs cumulés croissants, il y a 4 poissons qui ont un nombre d'anomalie strictement inférieur à 8.
6. Toujours d'après le tableau, 8 poissons sur 33 ont un nombre d'anomalie strictement inférieur à 8, donc :

$$\boxed{33 - 8 = 25 \text{ poissons ont un nombre d'anomalie supérieur ou égal à 10.}}$$

Soit un pourcentage égal à :

$$\boxed{\%tage = (25 / 33) * 100 = 75,75 \%}$$

EXERCICE N°10

On prélève 20 poulets dans un élevage et on mesure le taux de dioxine ($\mu\text{g/l}$) contenu dans leur viande afin d'estimer le taux moyen pour tout l'élevage. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Poulets	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Taux	0,34	0,23	0,11	0,42	0,22	0,33	0,16	0,12	0,11	0,21
Poulets	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Taux	0,14	0,44	0,27	0,36	0,43	0,38	0,34	0,22	0,32	0,11

1. Donner le tableau statistique.
2. Calculer les effectifs cumulatifs croissants et les fréquences cumulatives croissantes.
3. Calculer les paramètres de position (moyenne, mode, médiane)
4. Calculer les paramètres de dispersion (variance et écart-type)

SOLUTION

1. Tableau statistique

Nombre de classes

$$k = 1 + 3,3 \text{ Log } 20$$

$$\boxed{k = 5 \text{ classes}}$$

Amplitude

$$a = (0,44 - 0,11) / 5$$

$$\boxed{a = 0,07 \mu\text{g/l}}$$

Tableau XII : Tableau des classes de quantité en dioxine retrouvée chez 20 poulets.

Classe	c_i	n_i	f_i	$N_i \uparrow$	$F_i \uparrow$
[0,11 – 0,18 [0,145	6	0,3	6	0,3
[0,18 – 0,25 [0,215	4	0,2	10	0,5
[0,25 – 0,32[0,285	1	0,05	11	0,55
[0,32 – 0,39[0,355	6	0,3	17	0,85
[0,39 – 0,46]	0,425	3	0,15	20	1
T	-	20	1	-	-

2. Les effectifs croissants et les fréquences croissantes sont donnés dans le tableau ci-dessus.

3. Les paramètres de position

a. La moyenne

$$m = 1/20 [(6 \times 0,145) + (4 \times 0,215) + (1 \times 0,285) + (6 \times 0,335) + (3 \times 0,425)]$$

$$m = 0,271 \mu\text{g/l}$$

b. Le mode

C'est une série statistique bimodale

Approche 1

$$Mo_1 = 0,145 \mu\text{g/l}$$

$$Mo_2 = 0,355 \mu\text{g/l}$$

La classe modale 1 est [0,11 – 0,18[$\mu\text{g/l}$

La classe modale 2 est [0,32 – 0,39[$\mu\text{g/l}$

Approche 2

$$Mo_1 = 0,11 + 0,07 [6 / (6 + 2)] = 0,11 + (0,07 \times 0,75)$$

$$Mo_1 = 0,162 \mu\text{g/l}$$

$$Mo_2 = 0,32 + 0,07 [5 / (5 + 3)] = 0,32 + (0,07 \times 0,625)$$

$$Mo_2 = 0,363 \mu\text{g/l}$$

Remarque

Cette méthode (approche 2) est appelée méthode de calcul approché cela explique alors la différence entre les résultats obtenus par les deux approches.

c. La médiane

Approche 1

$$Me = 0,18 + 0,07 [(10 - 6) / (10 - 6)]$$

$$Me = 0,25 \mu\text{g/l}$$

Approche 2

$$Me = 0,18 + b$$

$$b = (10 \times 0,07) / 10 = 0,07$$

$$Me = 0,25 \mu\text{g/l}$$

4. Les paramètres de dispersion

a. La variance

$$s^2 = 1/19 [6 (0,145 - 0,271)^2 + 4 (0,215 - 0,271)^2 + 1 (0,285 - 0,271)^2 + 6 (0,335 - 0,271)^2 + 3 (0,425 - 0,271)^2]$$

$$s^2 = 0,011 \mu\text{g/l}$$

b. Ecart-type

$$s = 0,10 \mu\text{g/l}$$

EXERCICE N°11

Des agriculteurs ont inventorié le nombre de terrains cultivés dans un village à Chemini, suivant la surface en m². Les résultats sont ainsi :

Surface	[400, 800[[800, 1000[[1000, 2500]
Effectif	2613	928	3379

- Déterminer la surface moyenne m d'après ce regroupement en classes.
- Sachant que la surface totale de répartition est de 6739000 m², calculer la surface moyenne d'un terrain cultivé. Comparer avec la valeur obtenue à la question 1.

SOLUTION

1. Calcul de la surface moyenne

Tableau XIII : Tableau du nombre de terrains cultivés en fonction des centres de classe des surfaces en m².

c_i	600	900	1750
n_i	2613	928	3379

$$m = 1/6920 [(2613 \times 600) + (928 \times 900) + (3379 \times 1750)]$$

$$m = 1201,77 \text{ m}^2$$

- Il y a au total :

$$2613+928+3379=6920 \text{ terrains cultivés}$$

Si la surface totale de répartition est de 6739000 m², la surface moyenne d'une terrain cultivé est égale à

$$6739000/6920 = 973.84 \text{ m}^2$$

Cette dernière valeur est bien inférieure à celle obtenue à la question 1.

EXERCICE N°12

Une compétition entre étudiants, à l'université de Béjaïa, a été organisée avec des gains en points. Le tableau ci-dessous résume les points perçus par les étudiants :

Points	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Etudiants	2	1	1	3	2	2	3	5	0	1

1. Calculer le nombre total d'étudiants.
2. Calculer le nombre moyen en points.
3. Calculer la médiane et les quartiles de cette série statistique, et déterminer l'étendu et le coefficient interquartile.
4. Calculer l'écart type de la série
5. L'université de Béjaïa envisage une augmentation des points.
 - a. La première hypothèse envisagée consiste à augmenter tous les gains de 217 points. Dans ce cas, comment varient la moyenne ; l'écart-type et la médiane ?
 - b. La deuxième hypothèse envisagée consiste à multiplier tous les gains par 1,2. Dans ce cas, comment varient la moyenne ; l'écart type et la médiane ?

SOLUTION

1. Le nombre d'étudiants à la compétition est égal à :

$$n = 2+1+1+3+2+2+3+5+0+1=20$$

$$\boxed{n = 20 \text{ étudiants}}$$

2. **La moyenne**

$$m = 1/20 [(2 \times 100) + (1 \times 200) + (1 \times 300) + (3 \times 400) + (2 \times 500) + (2 \times 600) + (3 \times 700) + (5 \times 800) + (0 \times 900) + (1 \times 1000)]$$

$$\boxed{m = 560 \text{ points}}$$

3. **La médiane, les quartiles, l'étendue interquartile, le coefficient interquartile**

- a. **La médiane**

$$P = 10$$

$$Me = [x_{(10)} + x_{(11)}] / 2$$

$$Me = (600 + 600) / 2$$

$$\boxed{Me = 600 \text{ points}}$$

b. Les quartiles

$$Q_1 ?$$

$$P = 5$$

$$Q_1 = [x_{(5)} + x_{(6)}] / 2$$

$$Q_1 = (400 + 400) / 2$$

$$\boxed{Q_1 = 400 \text{ points}}$$

$$Q_3 ?$$

$$P = 15$$

$$Q_3 = [x_{(15)} + x_{(16)}] / 2$$

$$Q_3 = (800 + 800) / 2$$

$$\boxed{Q_3 = 800 \text{ points}}$$

c. L'étendue interquartile

$$Iq = Q_3 - Q_1 = 800 - 400$$

$$\boxed{Iq = 400 \text{ points}}$$

d. Le coefficient interquartile

$$Q = Iq / Me = 400 / 600 \text{ (Me = } Q_2 \text{)}$$

$$\boxed{Q = 0,66}$$

4. L'écart-type

a. Variance

$$s^2 = 1/19 [2 (100 - 560)^2 + 1 (200 - 560)^2 + 1 (300 - 560)^2 + 3 (400 - 560)^2 + 2 (500 - 560)^2 + 2 (600 - 560)^2 + 3 (700 - 560)^2 + 5 (800 - 560)^2 + 0 (900 - 560)^2 + 1 (1000 - 560)^2]$$

$$\boxed{s^2 = 65684,21 \text{ points}}$$

b. Ecart-type

$$\boxed{s = 256,28 \text{ points}}$$

5. L'université de Béjaïa envisage une augmentation des points.

a. Hypothèse 1

• **La moyenne**

Elle augmente également avec 217 points, et devient donc :

$$m = 560 + 217$$

$$\boxed{m = 777 \text{ points}}$$

- *L'écart-type*

Il est inchangé car la dispersion des valeurs autour de la moyenne n'est pas modifiée par cette augmentation.

- *La médiane*

Elle se trouve également augmentée de 217 points, et devient :

$$Me = 600 + 217$$

$$\boxed{Me = 817 \text{ points}}$$

b. Hypothèse 2

- *La moyenne*

Elle est également multipliée par 1,2 et devient :

$$m = 560 \times 1,2$$

$$\boxed{m = 672 \text{ points}}$$

- *L'écart-type*

Il est également multiplié par 1,2 et devient

$$s = 256,28 \times 1,2$$

$$\boxed{s = 307,53 \text{ points}}$$

- *La médiane*

Elle s'en trouve également multipliée par 1,2 et devient

$$Me = 600 \times 1,2$$

$$\boxed{Me = 720 \text{ points}}$$

EXERCICE N°13

Un contrôle de mortalité a été effectué pendant 100 jours d'observation sur deux sites d'élevage des crustacés destinés pour l'exportation. Certains individus présentent une infestation parasitaire qui les rend inexploitable. On a relevé le nombre de spécimens infestés constatés durant chaque jour :

Site 1 « El Kala »

Nombre de spécimens infestés	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombres de jours	13	42	38	2	2	1	1	1

Site 2 « Annaba »

Nombres de spécimens infestés	0	1	2	3	4	5
Nombres de jours	35	40	1	1	10	13

1. Calculer le nombre moyen m_1 de spécimens infestés pendant les 100 jours observés dans le premier site. Calculer ensuite la variance s^2_1 .
2. Calculer le nombre moyen m_2 de spécimens infestés pendant les 100 jours observés dans le site 2. Calculer ensuite la variance s^2_2 .
3. Déterminer la médiane puis l'étendue interquartile dans le cas 1. Calculer l'étendue.
4. Déterminer la médiane puis l'étendue interquartile dans le cas 2. Calculer l'étendue.
5. Parmi la moyenne, l'écart type, la médiane, l'étendue interquartile ou l'étendue, quels sont les paramètres qui mesurent la dispersion ?
6. Quel(s) paramètre(s) semble(nt) le(s) plus intéressant(s) à exploiter pour comparer ces deux sites ? Justifier.

SOLUTION

1. La moyenne et la variance dans le cas 1

a. La moyenne

$$m_1 = 1/100 [(13 \times 0) + (42 \times 1) + (38 \times 2) + (2 \times 3) + (2 \times 4) + (1 \times 5) + (1 \times 6) + (1 \times 7)]$$

$$\boxed{m_1 = 1.5 \text{ spécimens}}$$

b. La variance

$$s^2_1 = 1/99 [13(0 - 1,5)^2 + 42(1 - 1,5)^2 + 38(2 - 1,5)^2 + 2(3 - 1,5)^2 + 2(4 - 1,5)^2 + 1(5 - 1,5)^2 + 1(6 - 1,5)^2 + 1(7 - 1,5)^2]$$

$$\boxed{s^2_1 = 1.30 \text{ spécimens}}$$

2. La moyenne et la variance dans le cas 2

a. La moyenne

$$m_2 = 1/100 [(35 \times 0) + (40 \times 1) + (1 \times 2) + (1 \times 3) + (10 \times 4) + (13 \times 5)]$$

$$\boxed{m_2 = 1.5 \text{ spécimens}}$$

c. La variance

$$s^2_2 = 1/99 [35(0 - 1,5)^2 + 40(1 - 1,5)^2 + 1(2 - 1,5)^2 + 1(3 - 1,5)^2 + 10(4 - 1,5)^2 + 13(5 - 1,5)^2]$$

$$s^2_2 = 3,16 \text{ spécimens}$$

3. La médiane, l'étendue interquartile et l'étendue dans le cas 1

a. La médiane

$$P_1 = 50$$

$$Me_1 = [X_{(50)} + X_{(51)}] / 2$$

$$Me_1 = (1 + 1) / 2$$

$$Me_1 = 1 \text{ spécimen}$$

b. L'étendue interquartile

$$Q_1$$

$$P_1 = 25$$

$$Q_1 = [X_{(25)} + X_{(26)}] / 2$$

$$Q_1 = (1 + 1) / 2$$

$$Q_1 = 1 \text{ spécimen}$$

$$Q_3$$

$$P_1 = 75$$

$$Q_3 = [X_{(75)} + X_{(76)}] / 2$$

$$Q_3 = (2 + 2) / 2$$

$$Q_3 = 2 \text{ spécimens}$$

$$Iq_1 = Q_3 - Q_1 = 2 - 1$$

$$Iq_1 = 1 \text{ spécimen}$$

c. Etendue

$$E_1 = 7 - 0$$

$$E_1 = 7 \text{ spécimens}$$

4. La médiane, l'étendue interquartile et l'étendue dans le cas 1

a. La médiane

$$P_2 = 50$$

$$Me_2 = [X_{(50)} + X_{(51)}] / 2$$

$$Me_2 = (1 + 1) / 2$$

$$Me_2 = 1 \text{ spécimen}$$

b. L'étendue interquartile

$$Q_1$$

$$P_2 = 25$$

$$Q_1 = [X_{(25)} + X_{(26)}] / 2$$

$$Q_1 = (0 + 0) / 2$$

$$Q_1 = 0 \text{ spécimen}$$

$$Q_3$$

$$P_2 = 75$$

$$Q_3 = [X_{(75)} + X_{(76)}] / 2$$

$$Q_3 = (1 + 2) / 2$$

$$Q_3 = 1,5 \text{ spécimens}$$

$$Iq_2 = Q_3 - Q_1 = 1,5 - 1$$

$$\boxed{Iq_2 = 0,5 \text{ spécimen}}$$

c. Etendue

$$E_2 = 5 - 0$$

$$\boxed{E_2 = 5 \text{ spécimens}}$$

5. Les paramètres qui mesurent la dispersion sont l'écart type et l'étendue interquartile. Plus ils sont petits, et plus la série est regroupée. Plus ils sont grands, et plus la série est dispersée.

6. Dans le cas des deux sites ci-dessus, puisque leurs moyennes sont identiques, les variances (et donc les écarts-types qui en sont leurs racines carrées) nous indique que les valeurs du site 2 sont plus dispersées que celles du site 1. Il en est de même de l'étendue interquartile. Le site 1 semble donc plus homogène que le site 2.