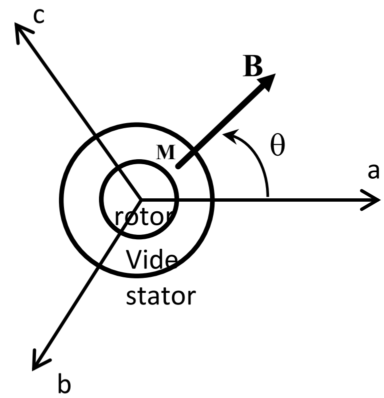
Série TD 1

Exercice 01 :

Soit le bobinage ci-contre.



La phase (a) est alimentée par le courant $i_a(t)=I_m\cos(\omega t)$.

La phase (b) est alimentée par le courant $i_b(t)=I_m\cos(\omega t-2\pi/3)$.

La phase (c) est alimentée par le courant $i_c(t)=I_m\cos(\omega t-4\pi/3)$.

Les courant (i_a,i_b,i_c) forment un système triphasé équilibré direct.

Ces courant créent en un point M les inductions :

$B_a=k.i_a(t).\cos\theta$,

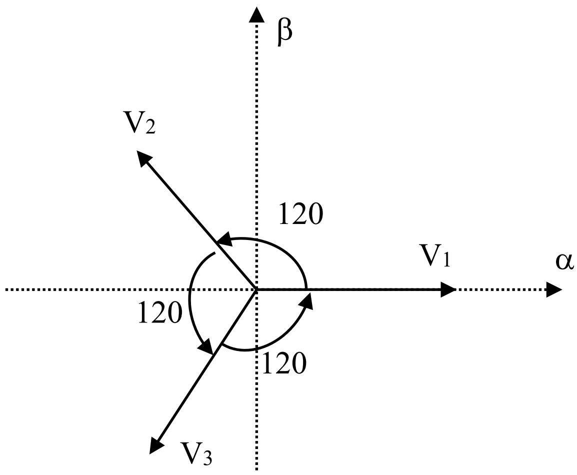
$B_b=k.i_b(t).\cos(\theta-2pi/3)$ et

$B_c=k.i_c(t).\cos(\theta-4pi/3)$.

Calculer en ce point (M) de l'entrefer le champ résultant : $\mathbf{B=B_a + B_b + B_c}$

Exercice N° 02 :

Trois vecteurs (V_1,V_2,V_3) composent un système en 3D équilibré, espacé de 120° de chaque axe (0°, 120°=2π/3, 240°=4π/3). Projeter ces vecteurs d'une manière à passer d'un repère à trois dimensions en deux dimensions (V_α,V_β). En déduire la matrice de ce passage.



Exercice N° 03 :

On donne les équations du flux de la machine à courant alternatif :

$$\begin{cases} \bar{\varphi}s = Ls.\bar{I}s + M\bar{I}r \\ \bar{\varphi}r = Lr.\bar{I}r + M\bar{I}s \end{cases}$$

Donner les six formules du couple électromagnétique sur les axes (d,q) en fonction de

(I_s, φ_r), (I_s,I_r), (φ_s, φ_r), (φ_s,I_r), (I_s, φ_r), (I_r,φ_r) en appliquant Ce=p.Im(Is.φs)

Exercice N° 04 :

Soit un système triphasé équilibré représenté par les trois axes (a,b,c) décalé de 120°.

Avec : $v_a(t) = \sqrt{2}.v.cos(\omega t)$,

$v_b(t) = \sqrt{2}.v.cos(\omega t - 2\pi/3)$, $v_c(t) = \sqrt{2}.v.cos(\omega t + 2\pi/3)$,

Et : $i_a(t) = \sqrt{2}.i.cos(\omega t - \varphi)$, $i_b(t) = \sqrt{2}.i.cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$

$$i_c(t) = \sqrt{2}.i.cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right).$$

v et i : Valeurs efficaces.

Montrer que la puissance instantanée en régime équilibré est donnée par : $P = 3v.i.cos(\varphi)$.

en déduire Q.

Exercice N° 05 :

On se donne les équations d'une machine à champ tournant dans le repère de Park.

$$v_d = Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q$$

$$v_q = Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d$$

Donner l'expression du couple électromagnétique, à partir de ces deux équations, sachant que : $\omega = p\Omega$, et $C_e = \frac{P_e}{\Omega}$ et la quantité $\frac{d\Phi_d}{dt} i_d + \frac{d\Phi_q}{dt} i_q$ une puissance réactive n'entrant pas dans le calcul du couple C_e.

Solution TD N°01

Exercice N° 01 :

$$B(M) = B_1(M) + B_2(M) + B_3(M) \qquad \text{avec}$$

$$B_1(M) = k.I_m \cos \omega t \, . \cos \theta = \frac{k.I_m}{2} \, . \cos(\omega t - \theta) + \frac{k.I_m}{2} \, . \cos(\omega t + \theta)$$

$$B_2(M) = k.I_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right). \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right) = \frac{k.I_m}{2} \, . \cos(\omega t - \theta) + \frac{k.I_m}{2} \, . \cos\left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$B_3(M) = k.I_m \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right). \cos\left(\frac{4\pi}{3} - \theta\right) = \frac{k.I_m}{2} \, . \cos(\omega t - \theta) + \frac{k.I_m}{2} \, . \cos\left(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

La somme de ces trois expressions se simplifie car l'on voit apparaître une somme de trois grandeurs formant un système triphasé équilibré. On obtient donc :

$$B(M) = \frac{3}{2} \, k.I_m. \cos(\omega t - \theta)$$

Il s'agit d'un champ tournant bipolaire qui tourne à la vitesse angulaire ω et dont l'amplitude vaut : $(3/2).kI_m$

Exercice N° 05 :

Couple d'une machine à champ tournant

Calculons la puissance électromagnétique en raisonnant comme pour le calcul d'une puissance instantanée. On ne considère que ce qui dépend des flux direct et inverse et on retire les chutes de tension dues aux résistances.

$$v_d.i_d = \left(Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q\right).i_d$$

$$v_q.i_q = \left(Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d\right).i_q$$

$$P_a = v_d.i_d + v_q.i_q = \left(Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q\right).i_d + \left(Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d\right).i_q$$

$$P_e = P_a - P_{pertes} = P_a - Ri_d^2 - Ri_q^2 = \left(\frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q\right).i_d + \left(\frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d\right).i_q$$

$$\mathrm{P_e} = \frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}.\mathrm{i_d} - \omega\Phi_\mathrm{q}.\mathrm{i_d} + \frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{q}}{\mathrm{dt}}.\mathrm{i_q} - \omega\Phi_\mathrm{d}.\mathrm{i_q}$$

$$P_e = \left(\frac{d\Phi_\mathrm{d}}{dt}.i_d + \frac{d\Phi_\mathrm{q}}{dt}.i_q\right) - \left(\omega\Phi_\mathrm{q}.i_d - \omega\Phi_\mathrm{d}.i_q\right)$$

L'expression : $\left(\frac{d\Phi_\mathrm{d}}{dt}.i_d + \frac{d\Phi_\mathrm{q}}{dt}.i_q\right)$ correspond à la puissance réactive.

Il reste donc :

$P_e = C_e\Omega = -\left(\omega\Phi_\mathrm{q}.i_d - \omega\Phi_\mathrm{d}.i_q\right)$, avec $\Omega = \frac{\omega}{\mathrm{p}}$ vitesse angulaire mécanique.

ce qui donne, finalement, la formule du couple :

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega} = \frac{\omega\left(\Phi_{\mathrm{d}}.i_q - \Phi_{\mathrm{q}}.i_d\right)}{\omega/p} = p\left(\Phi_{\mathrm{d}}.i_q - \Phi_{\mathrm{q}}.i_d\right)$$

<u>Exercice N° 04</u> :

Calculons la puissance instantanée :

$P(t) = v_a.i_a + v_b.i_b + v_c.i_c$

$$P(t) = \sqrt{2}.v.cos(\omega t).\sqrt{2}.i.cos(\omega t - \varphi)$$
$$+\sqrt{2}.v.cos(\omega t - 2\pi/3).\sqrt{2}.i.cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$$
$$+\sqrt{2}.v.cos(\omega t + 2\pi/3).\sqrt{2}.i.cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$$

Par utilisation les propriétés des fonctions trigonométriques :

$\cos(a).\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$

il vient :

$$P(t) = v.i.\Big[cos(2\omega t - \varphi) + \cos(\varphi) + cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) + \cos(\varphi)$$
$$+ cos\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) + \cos(\varphi)\Big]$$

$\left[cos(2\omega t - \varphi) + cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) + cos\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3} - \varphi\right)\right] = 0$, forme un système triphasé équilibré, il reste donc :

$P = 3v.i.\cos(\varphi)$, qui est la puissance active.

la puissance réactive sera donc : $Q = 3v.i.\sin(\varphi)$

Avec :$v_a(t) = \sqrt{2}.v.cos(\omega t)$,

$v_b(t) = \sqrt{2}.v.cos(\omega t - 2\pi/3)$, $v_c(t) = \sqrt{2}.v.cos(\omega t + 2\pi/3)$,

Et :$i_a(t) = \sqrt{2}.i.cos(\omega t - \varphi)$, $i_b(t) = \sqrt{2}.i.cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$

$$i_c(t) = \sqrt{2}.i.cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right).$$