

**CHAPITRE 02 :**  
***ELÉMENTS DE LA GEOMETRIE***  
***DESCRIPTIVE***

## **CHAPITRE 02 : ELÉMENTS DE LA GEOMETRIE DESCRIPTIVE**

### **2.1. Notions fondamentales de géométrie descriptive**

#### **2.1.1. Utilité de la géométrie descriptives**

La géométrie descriptive est une science graphique. Elle permet de représenter un solide tridimensionnel (3D) à l'aide de figures planes bidimensionnelles (2D) pour faciliter la réalisation pratique des solides.

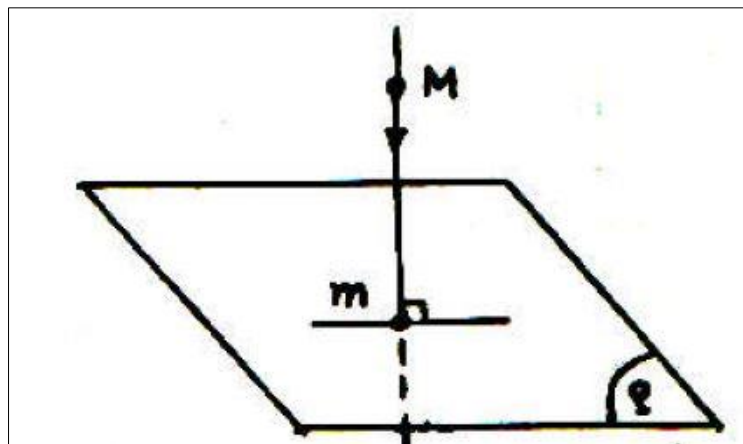
Dans l'industrie, pour fabriquer une pièce on représente d'abord les formes de celle-ci en projections, et si cela est nécessaire une perspective accompagne les projections afin de faciliter la lecture de dessin.

La représentation des solides est basée sur la méthode de *projection orthogonale* utilisée en géométrie descriptive. Avant de passer à cette méthode, on doit d'abord connaître comment faire : une représentation d'un point sur les deux plans de projections en épure, la représentation des droites, l'intersection de ces dernières, les plans et leurs intersections.

#### **2.1.2. Principes des éléments de figures**

##### **1.1.2.1. La projection orthogonale**

On appelle projection orthogonale ( $m$ ) du point ( $M$ ) sur un plan ( $p$ ). Le point d'intersection de la droite issue du point  $M$  est perpendiculaire au plan  $P$ . (Fig.2.1)



*Fig.2.1. Projection orthogonale du point (M)*

La droite ( $Mm$ ) est perpendiculaire sur le plan  $P$ , on l'appelle ligne de projection du point  $M$ .

##### **1.1.2.2. Les deux plans de projections**

Afin de représenter les objets tridimensionnels (3D) en dimensions (2D) de la feuille de papier. On commence par se donner dans l'espace deux plans de projections perpendiculaires :

le premier plan (**H**) est appelé *plan horizontal de projection*, le second plan (**F**) est appelé *plan frontal de projection*. Ces deux plans se coupent suivant une droite ( $y'y$ ) appelée *ligne de terre*.

Ces deux plans découpent l'espace en quatre *dièdres*, numérotés comme ci-dessous :

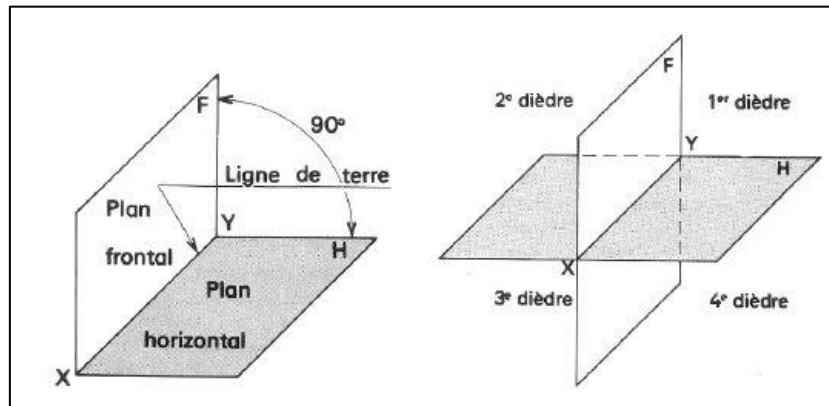


Fig2.2. Plans de projection horizontale et frontale

### 2.1.3. Projection des éléments de l'espace

Les éléments de cet espace sont appelés : un point, une droite et un plan

#### 2.1.3.1. Le point

##### 2.1.3.1.1. Projection orthogonale d'un point

Soit un point (**A**) de l'espace. Ce point (**A**) se projette horizontalement sur le plan (**H**) en (**a**) et frontalement sur le plan (**F**) en (**à**). (**a**) est appelée *projection horizontale* du point **A**. la projection orthogonale (**à**) est appelée *projection frontale* du point **A**.

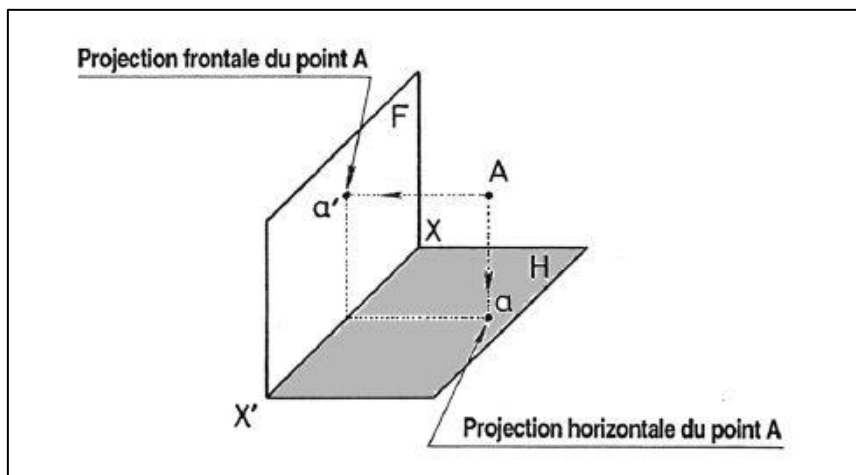


Fig2.3. Projection orthogonale d'un point (A)

##### 2.1.3.1.2. Épure d'un point (cote et éloignement)

Pour obtenir une épure du point (**A**), on fait tourner le plan (**H**) en choisissant comme axe de rotation la ligne de terre ( $XX'$ ) de façon à le rabattre sur le plan (**F**).

Les projections horizontale et frontale se trouvant donc sur un même plan (toujours la feuille de papier), nous avons ainsi réalisé une *épure* de l'objet tridimensionnel à représenter.

La ligne (aà) appelée *ligne de rappel*.

La distance (Aa) s'appelle la *cote* du point A.

La distance (Aà) s'appelle l'*éloignement* du point A.

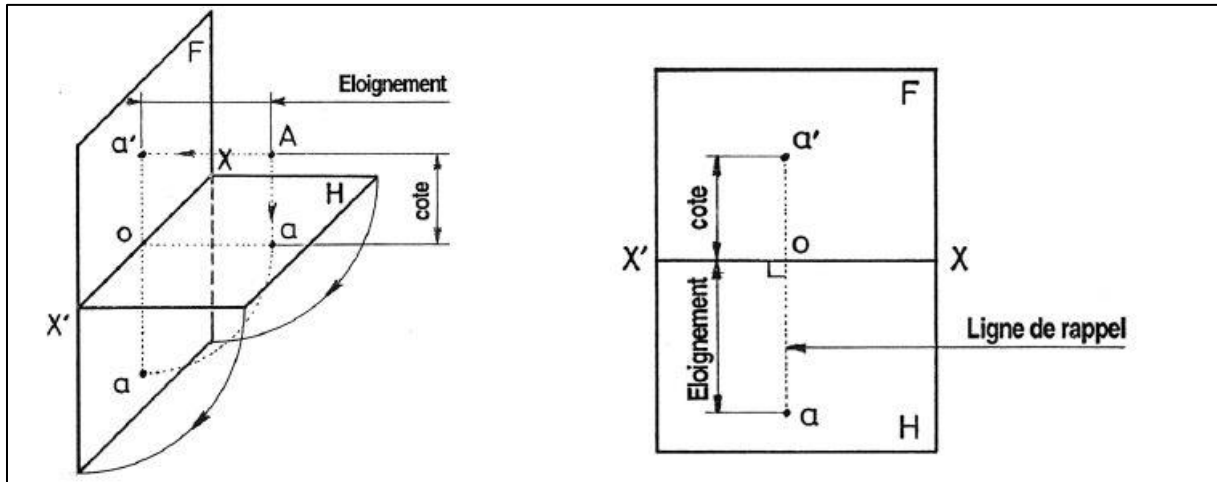


Fig2.4. Épure du point (A)

### 2.1.3.2. La droite

Dans l'espace la droite est définie par deux points alignés.

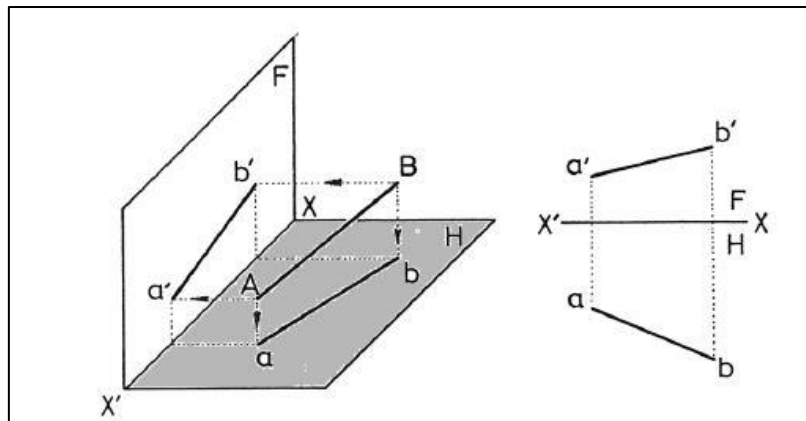
#### 2.1.3.2.1. Projection orthogonale d'une droite

Pour obtenir la projection orthogonale d'une droite dans l'épure, il suffira de connaître ses deux points par leur projection horizontale et verticale. Une droite est ainsi elle-même définie par sa projection horizontale et sa projection frontale.

Soient (A) et (B) deux points différents de l'espace. Par ces deux points passe une et une seule droite.

Soit (a) et (b) les projections horizontales des points (A) et (B) et (a') (b') leurs projections frontales.

Par (a) et (b) passe une et une seule droite : *la projection horizontale* de la droite (AB), et par (a') et (b') passe une et une seule droite : *la projection frontale* de la droite (AB).



*Fig2.5. Projection orthogonale d'une droite*

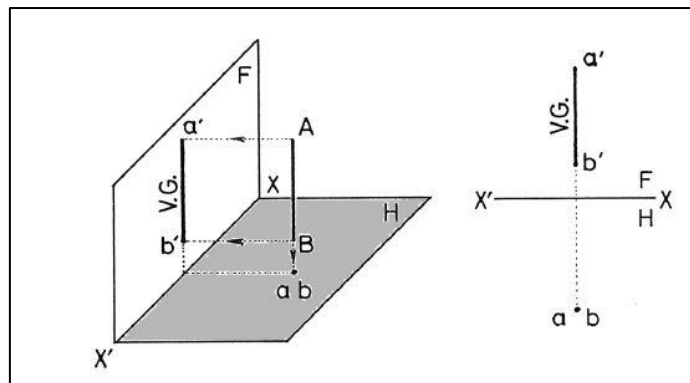
### 2.3.2.2. Droites remarquables

Une des applications de la géométrie descriptive consiste à mesurer la longueur réelle d'un segment de droite, ce que l'on appelle la « vraie grandeur » (VG). Il est pour cela utile de savoir les orientations de droites particulières.

#### A. Droite verticale

Une droite verticale est perpendiculaire au plan horizontal et parallèle au plan frontal.

- Une droite verticale se projette en vraie grandeur (VG) sur le plan frontal (F).
- Sa projection frontale est perpendiculaire à la ligne de la terre ( $xx'$ ).
- Sa projection horizontale est un point.
- Tous les points d'une droite verticale ont même éloignement.



*Fig2.6. Droite verticale*

#### B. Droite de bout

Une droite de bout est perpendiculaire au plan frontal de projection et parallèle au plan horizontal

- Une droite de bout se projette en vraie grandeur (VG) sur le plan horizontal (H).
- Sa projection frontale est un point.
- Tous les points d'une droite de bout ont même côte.

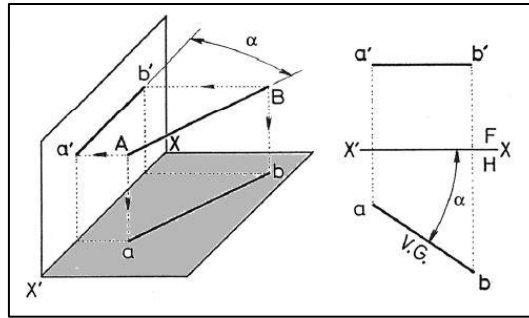


Fig2.7. Droite de bout

### C. Droite horizontale

Une droite horizontale est parallèle au plan horizontal de projection l'angle  $\alpha$  qu'elle forme avec le plan frontal est quelconque.

- Une droite horizontale se projette en vraie grandeur (VG) sur le plan horizontal (H).
- Sa projection frontale ( $\hat{a}b'$ ) est parallèle à la ligne de terre ( $xx'$ ).
- Tous les points d'une droite horizontale ont la même cote.

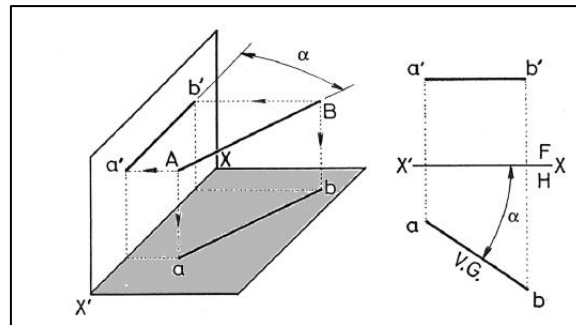


Fig2.8. Droite horizontale

### D. Droite frontale

Une droite frontale est parallèle au plan frontal de projection, l'angle  $\alpha$  qu'elle forme avec le plan horizontal est quelconque.

- Une droite frontale se projette en vraie grandeur (VG) sur le plan frontal (F).
- Sa projection horizontale ( $ab$ ) est parallèle à la ligne de terre ( $xx'$ ).
- Tous les points d'une droite frontale ont le même éloignement.

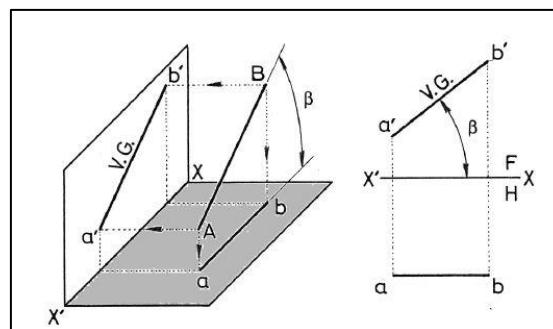
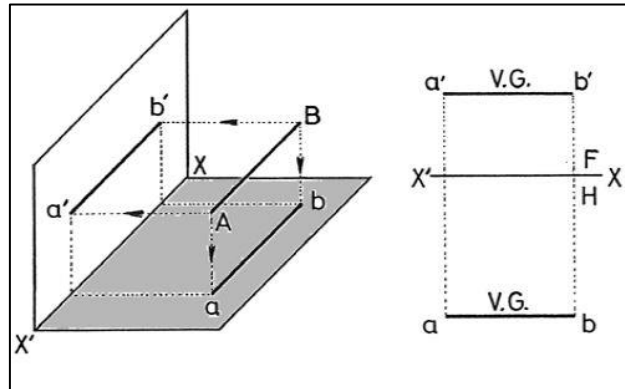


Fig2.9. Droite frontale

### E. Droite horizonto-frontale

Une droite horizonto-frontale est parallèle à la fois au plan horizontal et au plan frontal de projection. Par conséquent, elle est parallèle à la ligne de terre ( $xx'$ ).

- Une droite horizonto-frontale se projette en vraie grandeur (VG) sur les deux plans (H) et (F).
- Sa projection horizontale ( $ab$ ) et sa projection frontale ( $a'b'$ ) ont parallèle à la ligne de terre ( $xx'$ ).
- Tous les points d'une telle droite ont même cote et même éloignement.

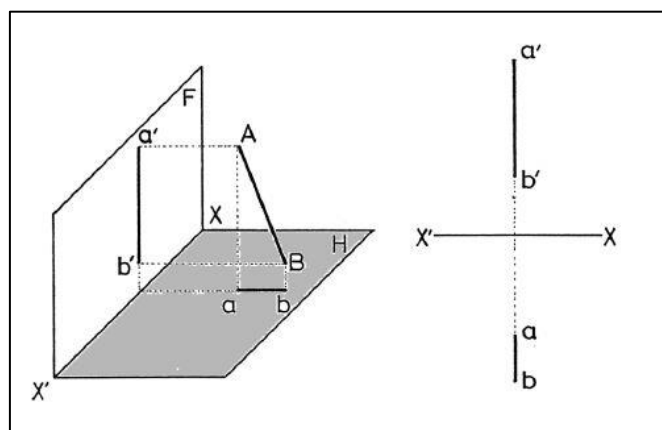


*Fig2.10. Droite horizonto-frontale*

### F. Droite de profil

C'est toute droite appartenant à un plan perpendiculaire à la ligne de terre ( $xx'$ ), et ainsi aux deux plans de projection (H) et (F)

- Une droite de profil ne se projette pas en vraie grandeur (VG) sur le plan (H) ou (F).
- Une droite de profil n'est pas entièrement définie que si l'on connaît les projections ( $ab$ ) et ( $a'b'$ ) de deux ce point (AB)



*Fig2.11. Droite de profil*

### G. Traces d'une droite

Elles sont les points d'intersection avec les plans de projection (H) et (F).

On appelle *trace frontale* de la droite, l'intersection de cette droite avec le plan frontal de projection. L'intersection de cette droite avec le plan horizontal est appelée *trace horizontale*.

- La trace horizontale de la droite est un point de cote nul puisque ce point appartient au plan horizontal.
- La trace frontale de la droite est un point d'éloignement nul puisque ce point appartient au plan frontal.

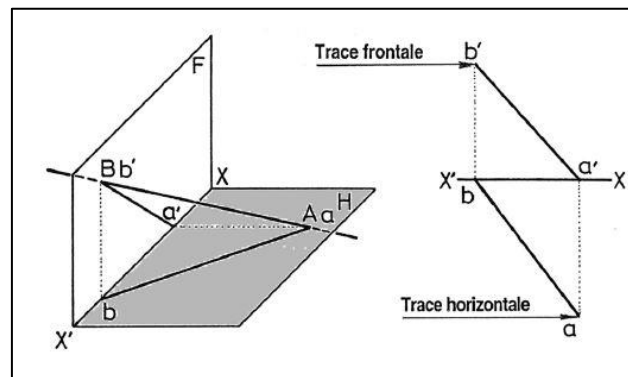


Fig2.12. Traces d'une droite

### H. Droites parallèles

Les deux droites d'un même plan sont parallèles si elles n'ont aucun point commun.

Si deux droites sont parallèles dans l'espace, leurs projections horizontales sont ainsi que leurs projections frontales.

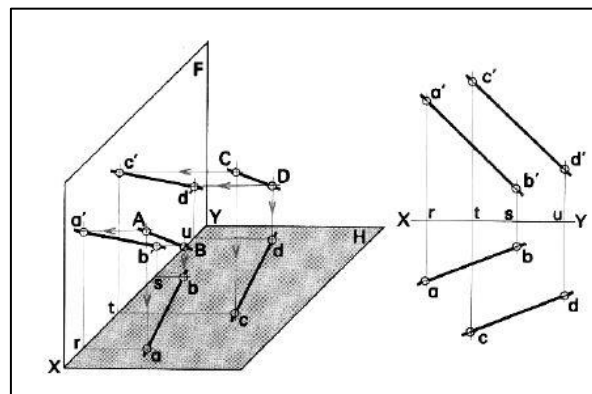


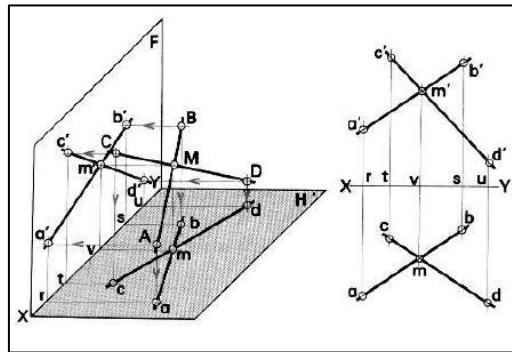
Fig2.13. Droites parallèles

### I. Droites concourantes

Deux droites sont concourantes lorsqu'elles ont un point commun. Soient deux droites (AB) et (DC) de l'espace ayant un point commun (M). Ce point appartient aux deux droites, et donc à leurs deux projections.



Le point d'intersection de leurs projections horizontales ( $m$ ) et le point d'intersection de leurs projections frontales ( $m'$ ) sont nécessairement sur une même ligne de rappel.



*Fig2.14. Droites parallèles*

### 2.3.2.3. Le plan

Un plan est défini par :

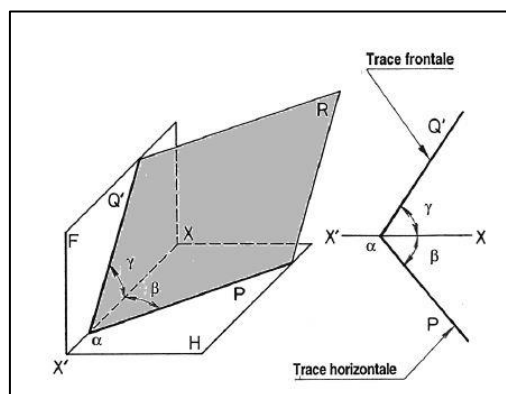
- Trois points non colinéaires.
- Un seul point et une droite distincte.
- Deux droites concourantes en un point.
- Deux droites parallèles.

En géométrie descriptive, un plan est le plus souvent caractérisé par deux droites concourantes, et notamment par ses **traces**.

#### 2.3.2.3.1. Traces d'un plan

Les traces d'un plan sont les droites suivant lesquelles celui-ci coupe les plans de projection (H) et (F).

- $(Pp)$  et  $(pQ)$  sont respectivement appelée traces horizontale et frontale du plan (R).
- Les deux traces  $(Pp)$  et  $(pQ)$  se coupent sur la ligne de terre ( $xx'$ ) en un point alpha  $p$ .



*Fig2.15. Traces d'un plan*

### 2.3.2.3.2. Positions remarquables d'un plan

#### A. Plan vertical

Un plan vertical est perpendiculaire au plan horizontal (H), l'angle  $\beta$  qu'il forme avec le plan frontal (F) est quelconque

- La trace frontale (pQ) d'un plan vertical est perpendiculaire à la ligne de la terre ( $xx'$ ).
- Tous les points appartenant à ce plan se projettent horizontalement sur sa trace horizontale. Par exemple, la projection horizontale d'un point (A) du plan (R) est sur la trace horizontale (pP).

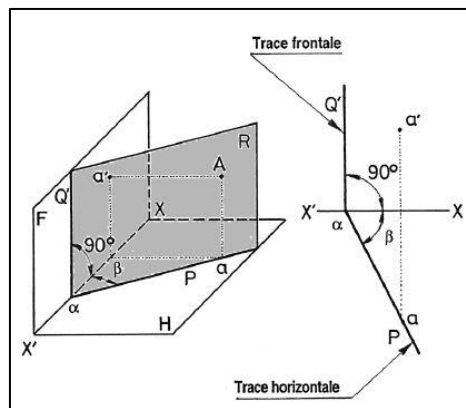


Fig2.16. Plan vertical

#### B. Plan de bout

Un plan de bout est perpendiculaire au plan frontal (F), l'angle  $\beta$  qu'il forme avec le plan horizontal (H) est quelconque

- La trace frontale (pP) d'un plan de bout est perpendiculaire à la ligne de la terre ( $xx'$ ).
- Tous les points appartenant à ce plan se projettent horizontalement sur sa trace frontale. Par exemple, la projection frontale d'un point (A) du plan (R) est sur la trace (pQ)

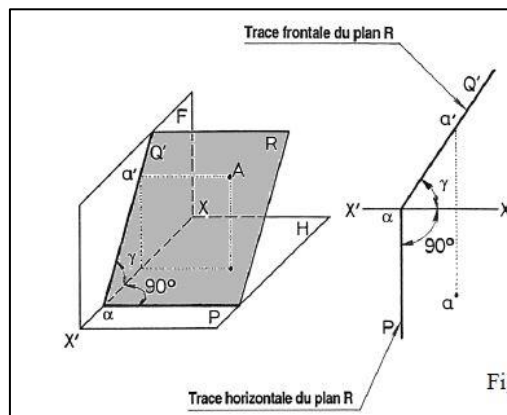
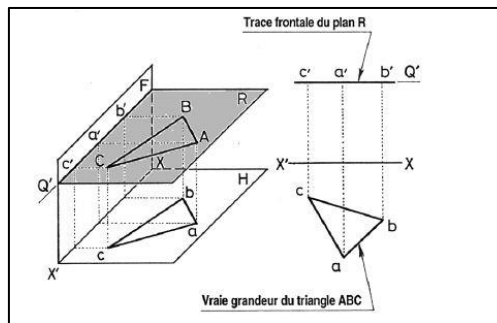


Fig2.17. Plan de bout

### C. Plan horizontal

Un plan horizontal est parallèle au plan horizontal (H) ; par conséquent, il est perpendiculaire au plan frontal (F).

- Tout point d'un plan horizontal est projeté frontalement sur la trace frontale de ce plan. Il n'a pas de trace horizontale et sa trace frontale est parallèle à la ligne de terre ( $xx'$ ). Par exemple, la projection frontale ( $a'$ ) d'un point (A) du plan (R) est sur la trace frontale ( $Q'$ )
- Toute figure plane contenue dans un plan horizontal est projetée en vraie grandeur sur le plan horizontal (H)

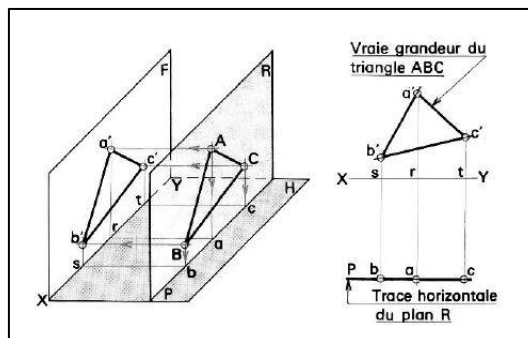


*Fig2.18. Plan horizontal*

### D. Plan frontal

Un plan frontal est parallèle au plan frontal (F) ; par conséquent, il est perpendiculaire au plan horizontal (H).

- Tout point d'un plan frontal est projeté horizontalement sur la trace horizontale de ce plan. Il n'a pas de trace frontale et sa trace horizontale est parallèle à la ligne de terre ( $xx'$ ). Par exemple, la projection horizontale (a) d'un point (A) du plan (R) est sur la trace horizontale (P)
- Toute figure plane contenue dans un plan frontal est projetée en vraie grandeur sur le plan frontal (F).



*Fig.2.19. Plan frontal*

## 2.2. Vues et projection orthogonale d'un objet

### 2.2.1. Objet

Industriellement, une description précise et claire des formes et des dimensions d'un objet est nécessaire pour le fabriquer. La projection orthogonale est une technique de géométrie descriptive qui consiste à représenter une pièce suivant plusieurs vues.

### 2.2.2. Projection orthogonale

#### 2.2.2.1. Principe

La projection orthogonale consiste à projeter un modèle géométrique d'une pièce sur un plan orthogonal à la direction d'observation. Il existe 6 directions d'observation principales :

- A : vue de face
- B : vue arrière
- C : vue de droite
- D : vue de gauche
- E : vue de dessus
- F : vue de dessous

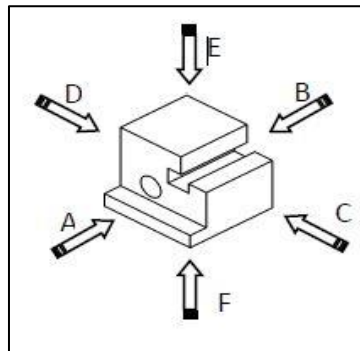


Fig.2.20. Différentes vues d'une pièce 3D

L'observateur se place perpendiculairement à l'une des faces de l'objet à définir. La face observée est ensuite projetée et dessinée dans un plan de projection parallèle à cette face et situé en arrière de l'objet. La vue, plane, dessinée obtenue est une projection orthogonale de l'objet.

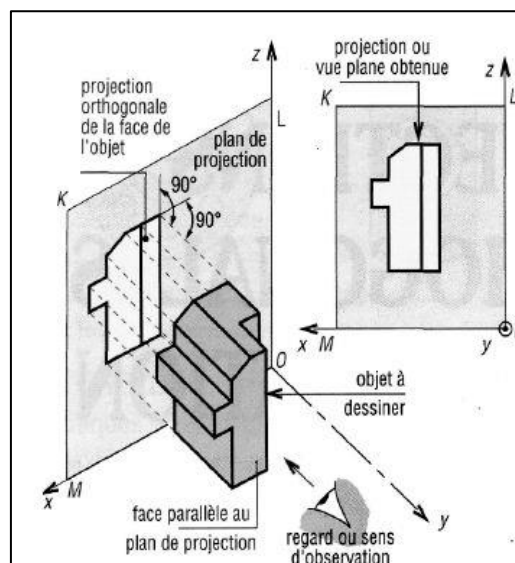


Fig.2.21. Principe de la projection orthogonale

### 2.2.2.2. Système de projection orthogonale

Dans ce système de représentation, l'observateur se place perpendiculairement à l'une des faces de l'objet, appelée *vue de face*. À partir de cette vue, sorte de vue principale, il est possible de définir cinq autres vues ou projections orthogonales (analogie avec les six faces d'un dé ou d'un cube).

Les projections obtenues s'appellent les vues de droite, gauche, dessus, dessous et arrière.

La représentation plane d'une pièce consiste à placer son modèle géométrique dans un cube. Elle est projetée orthogonalement sur toutes les six faces du cube.

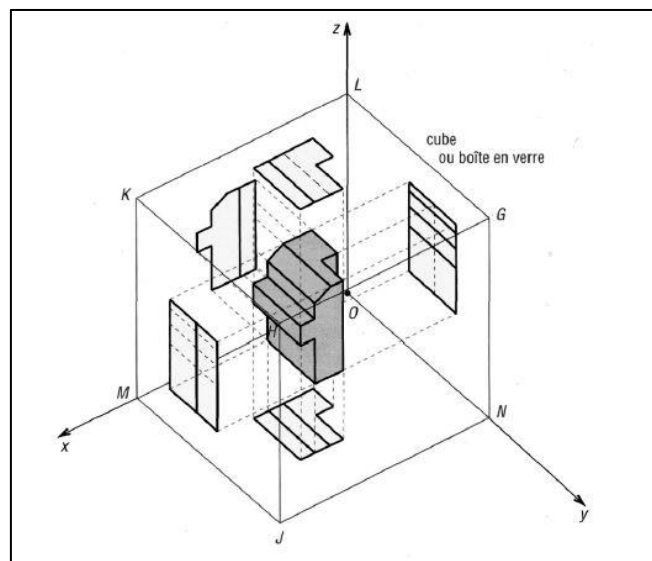


Fig.2.22. Projections orthogonales dans les six plans de projection

### 2.2.2.3. Noms et disposition des vues

Après la projection du solide sur les six faces du cube. Ce dernier est ensuite déployé comme le montre le schéma ci-dessous.

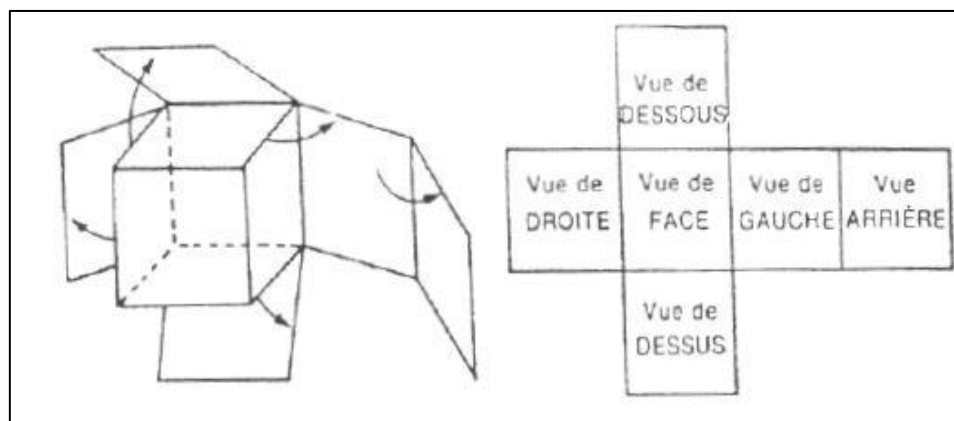


Fig.2.23. Disposition des vues

Le rabattement consiste à exécuter le dessin dans un seul plan afin que les vues du solides dessinées sur les faces du cube apparaissant sur un seul plan.

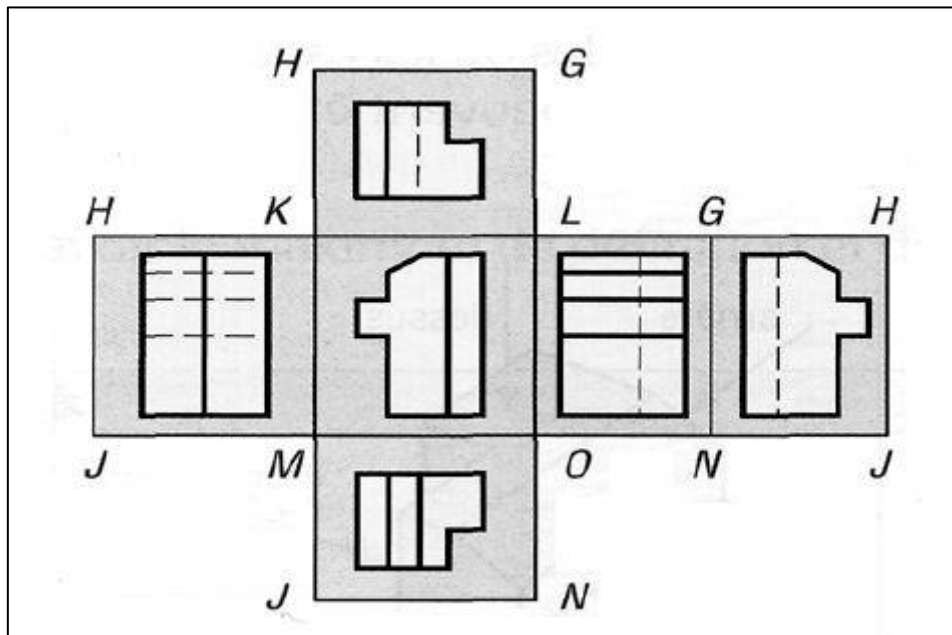


Fig.2.24. Le cube de référence plié

On obtient six vues : *vue de face*, de *dessus*, de *dessous*, de *gauche*, de *droite* et de *derrière*.

**Attention :**

La *vue de droite* est dessinée à *gauche*, la *vue de gauche* est placée à *droite* ; la *vue de dessus* est placé *au-dessus* et la *vue de dessous* est placé *au-dessous*. La *vue de face* est choisie arbitrairement (souvent elle correspond à une face importante).

**Important :**

- En dessin technique, on reprend les vues par rapport à une *vue centrale*, ce qui est peut-être n'importe de laquelle de la pièce et qui est définie par le dessinateur. il s'agit donc de la *vue de face*.
- On choisit la *vue de face* qui représente la pièce. Cette vue devra visualiser le maximum de détails sur la pièce. Elle montre le mieux les formes et les contours
- La préférence ira aux vues ayant le moins de contours cachés ou de traits interrompus. Les vues non nécessaires seront éliminées. La vue arrière est très rarement utile.
- Parmi les six vues possibles, on choisit de représenter celles qui sont nécessaire à la description de la forme de l'objet. *Trois vues* sont habituellement suffisantes pour décrire un objet. Plusieurs objets simples ne demandent qu'une ou deux vues.

#### 2.2.2.4. Règles (normalisation)

Les parties vues de l'objet (arêtes, surfaces) sont dessinées en trait fort. Les parties cachées (arêtes, surfaces, formes intérieures...) sont tracées en traits interrompus. En cas de chevauchement, ou de superposition, l'ordre de priorité pour le tracé définitif des lignes ou traits est :

- Ligne continue ou trait fort ;
- Ligne discontinue ou trait interrompu court ;
- Ligne mixte ou trait mixte fin (axe...).

**Exemple** : si le tracé d'un trait fort superpose celui d'un trait interrompu court, c'est le tracé du trait fort qui l'emporte en définitif.

**Remarques** :

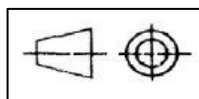
- Lorsqu'elles ne sont pas nécessaires à la définition, il est fréquent que les parties cachées (traits interrompus) ne soient pas dessinées. Ceci permet d'alléger les tracés et facilite la lecture.
- N'importe laquelle des six projections peut être choisie comme vue de face, le choix appartenant au dessinateur. Ce choix doit être aussi judicieux que possible.

#### 2.2.2.5. Type de projection

La normalisation internationale ISO, suivie par l'AFNOR, reprend le principe des projections orthogonales et la position des vues qui en résulte. Le symbole normalisé correspondant est à mettre sur chaque dessin utilisant ce principe.

- **Projection européenne**

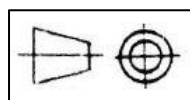
La méthode de projection européenne ou projection du premier dièdre est désignée par la lettre E et a pour symbole.



Dans cette projection, la pièce est située entre l'observateur et le plan de projection. À titre d'exemple, pour la vue de face l'observateur est situé en face de la pièce et projette sur le plan en arrière. Le nom de la vue est donné donc par la position de l'observateur.

- **Projection américaine**

La méthode de projection américaine ou projection du troisième dièdre est désignée par la lettre A et a pour symbole.



Le plan de projection, dans ce cas, est situé entre l'observateur et la pièce. Autrement dit, l'observateur et le plan de projection se trouvent du même côté par rapport à la pièce. Le nom de la vue, dans ce cas, est donné par la position du plan de projection.

La méthode employée est habituellement indiquée dans le cartouche.

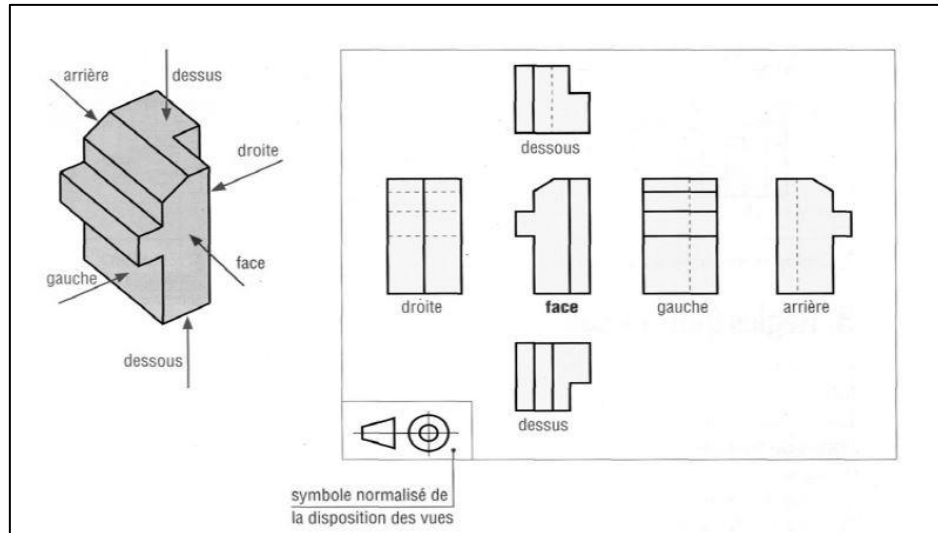


Fig.2.25. Disposition normalisée des vues et directions d'observation

### 2.2.2.6. Correspondances des vues

A partir de vues connues, il est possible de déduire n'importe quelle vue en utilisant la projection de *correspondance* des vues.

Les vues, construites à partir de plans de projections perpendiculaires entre eux, présentent la propriété, après dépliage et développement, d'être en correspondance ou alignées les unes avec les autres.

Les dimensions de l'objet ou de ses formes se conservent d'une vue à l'autre, sans variations, et peuvent se déduire à partir des mêmes lignes de rappel verticales, horizontales, etc.

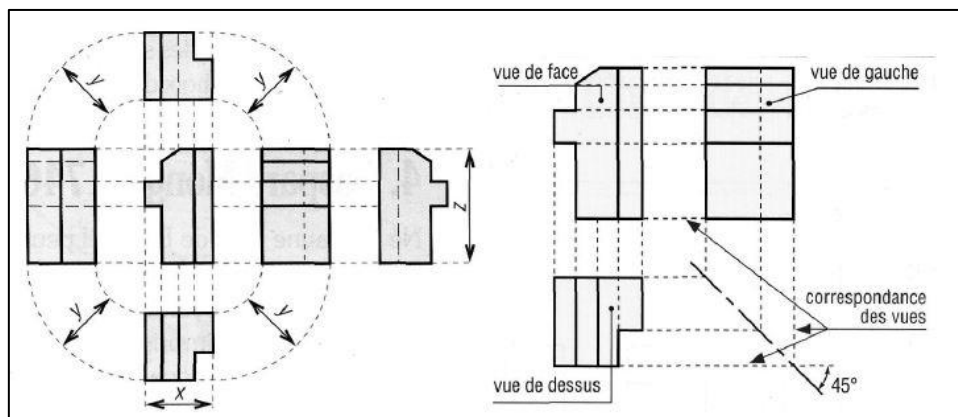


Fig.2.26. Correspondances des vues

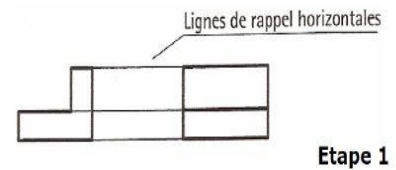


## Démarche de construction d'une vue supplémentaire à partir de 2 vues connues

### Exemple 01 :

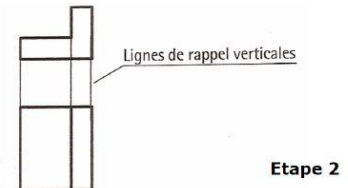
#### *Étape 1 :*

On trace, en trait fin, des lignes de rappel horizontal entre la vue de face et la vue de profil (gauche ou droite)



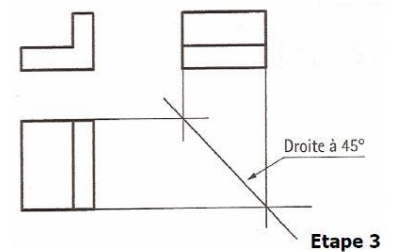
#### *Étape 2 :*

On trace, en trait fin, des lignes de rappel verticales entre la vue de face et la vue de dessus (ou dessous)



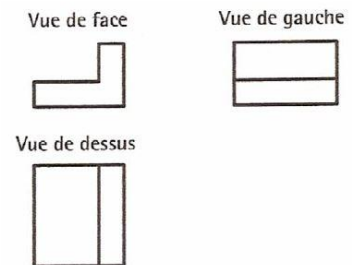
#### *Étape 3 :*

On trace, en trait fin, des lignes de rappel entre la vue de profil (gauche ou droite) et la vue de dessus (ou dessous) en utilisant une droite inclinée à 45 °



#### *Étape 4 :*

Une fois la vue est dessinée, on gomme les différentes lignes de rappel (verticales, horizontales et inclinées).



### Exemple 02 :

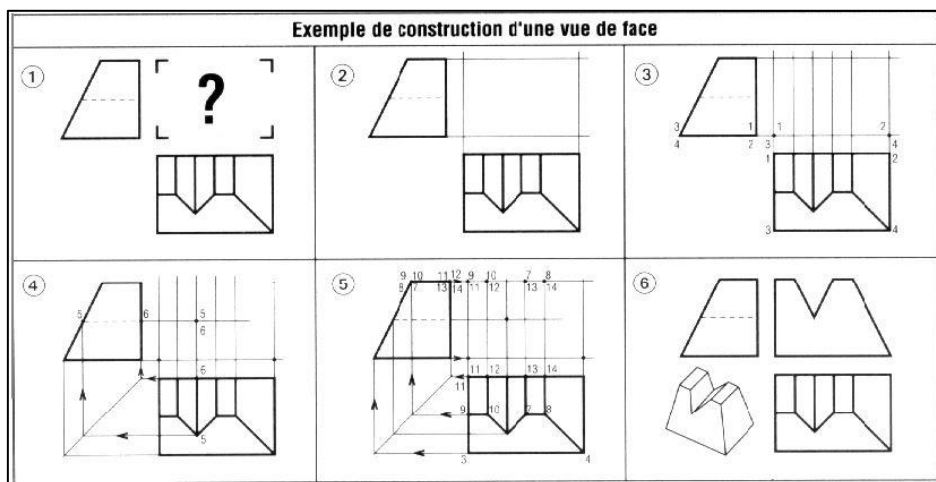


Fig.2.27. Exemple de construction d'une vue e face

### 2.2.2.7. Choix de vues

Le dessin d'un objet destiné à la production doit comporter seulement des vues qui sont nécessaires à une description claire et complète de la forme de l'objet. Ces vues sont appelées *vues nécessaires*.

Pour des objets possédant des formes simples, une épaisseur constante ou présentant des symétries particulières (pièces de révolution : arbres, axes, visserie...) deux vues ou une seule vue peuvent suffire.

- **Cas général : 3 vues suffisent en général pour définir un objet quelconque**

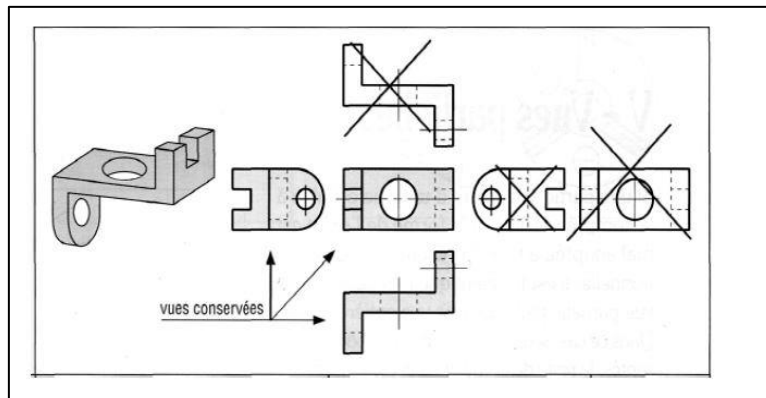


Fig.2.28. Exemple de vues nécessaires

- **Exemple où 2 vues suffisent**

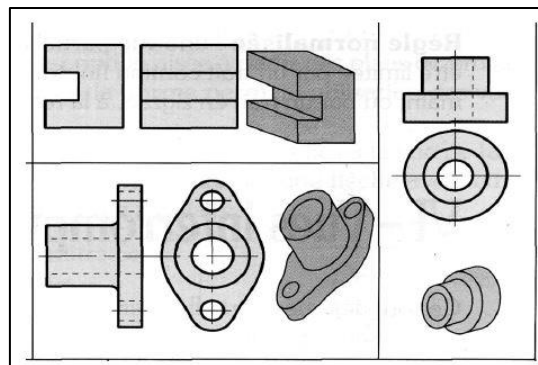


Fig.2.29. Exemple de deux vues suffisent

- **Exemple où 1 vue est suffisit**

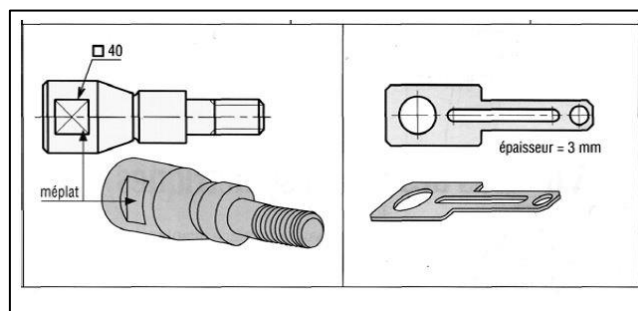


Fig.2.30. Exemple d'une seule vue suffit

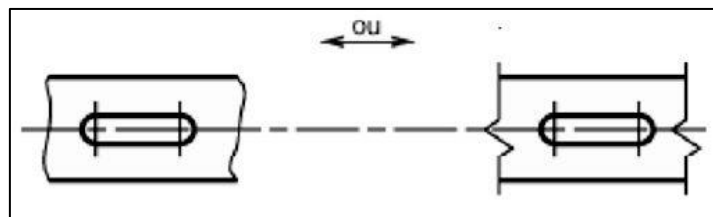
### 2.2.2.8. Représentation particulière

- **Vue partielle**

Si une partie seulement d'une vue est utile à la compréhension, si la forme de l'objet est mal adaptée à une représentation conventionnelle, il est fréquent que l'on dessine une vue partielle plutôt qu'une vue entière.

Dans ce cas, seuls les contours utiles sont représentés, le reste de la vue, inutile, est supprimé.

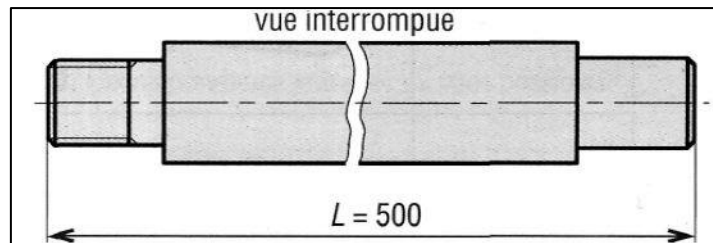
Cette vue doit être limitée par un trait continu fin, tracé à la main, ou par un trait en zigzag, à la règle.



*Fig.2.31. Exemple de vue partielle*

- **Vue interrompue**

Ce sont des vues partielles particulières utilisées lorsque les objets sont très longs. Seules les parties essentielles sont dessinées et une cote indique la longueur. Deux traits fins ou zigzag limitent les parties raccourcies.

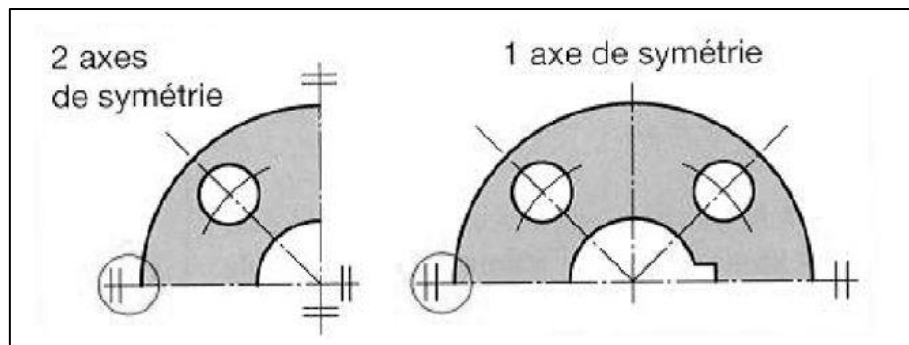


*Fig.2.32. Exemple de vue interrompue*

- **Demies vues**

Une demie vue, parfois un quart de vue, remplace avantageusement une vue complète lorsque les objets sont symétriques

Cette vue doit être limitée par un trait d'axe et la symétrie symbolisée par deux paires de petits traits fin parallèles tracés perpendiculairement aux extrémités de ce trait d'axe.

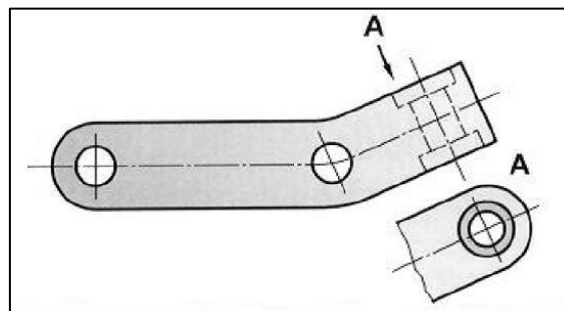


*Fig.2.33. Exemple de pièce symétrique*

- **Vue oblique**

Lorsqu'une partie de la pièce est observée suivant une direction oblique, on peut la considérer comme une direction principale, mais uniquement pour la partie de la pièce intéressé.

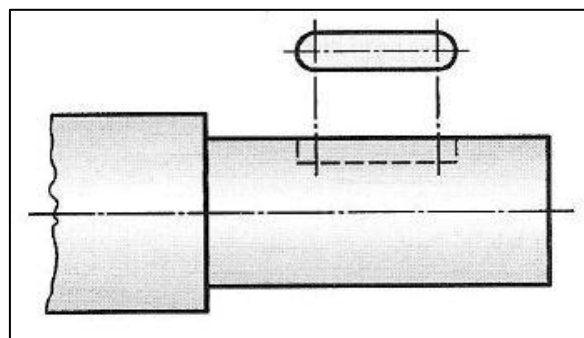
On évite ainsi une projection déformée si l'on projette sur le plan de projection usuels. Repérer la direction d'observation et la vue partielle par une même lettre majuscule et limiter la vue oblique par un trait continu fin tracé à main levée.



*Fig.2.34. Exemple de vue oblique*

- **Vue locale**

On peut effectuer une vue locale pour préciser la partie de la pièce qui nous intéresse au lieu d'une vue complète. Elle doit être reliée à la vue de correspondance par un trait mixte fin



*Fig.2.35. Exemple de vue locale*

## 2.3. Méthodes d'exécution d'un dessin

### 2.3.1. Mise en page

- Avant de procéder à la construction des vues principales. On détermine les trois valeurs de l'objet : la **largeur**, la **hauteur** et la **profondeur**.
- L'**encadrement** et le **cartouche** : chaque dessin doit être encadré et identifié
- Les différentes vues d'un dessin devront impérativement être centrées sur la feuille, il faudra donc respecter des **intervalles** réguliers entre les vues.

Pour cela, il faudra connaître les dimensions des **formats**, les valeurs des cadres, les dimensions du cartouche et les dimensions d'encombrement des vues à l'échelle choisie.

Ce calcul permet d'avoir une **bonne présentation**.

Les vues étant espacées régulièrement. On calcule 2 intervalles :

**IH : l'intervalle horizontale**

**IV : l'intervalle verticale**

Les formules dépendant du nombre de vues à exécuter. Dans le cas des 3 vues ci-contre

$$IH = \frac{247 - E - L}{3} \qquad IV = \frac{190 - H - E}{3}$$

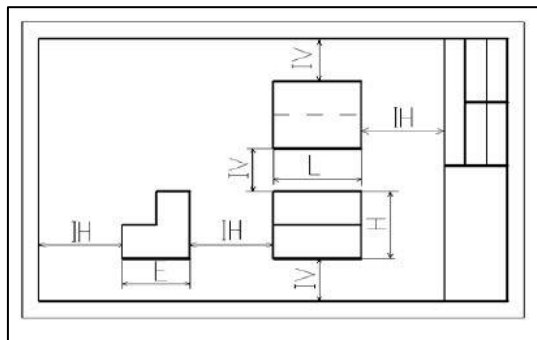


Fig.2.36. Mise en page d'exécution d'un dessin

### 2.3.2. Exécution des vues

1. Faire l'esquisse (tout le dessin) en **trait fin**
  - a. Dessiner le rectangle d'encombrement.
  - b. Dessiner chaque forme dans toutes les vues en même temps, en commençant par la vue ou la forme la plus clairement représentée.
2. Faire la mise en net en trait fort : commencer toujours par les traits fins : traits d'axes, pointillés, puis les traits forts. Tracer tous les cercles arrondis en premier. Repasser toutes les vues d'ensembles en balayant le dessin de haut en bas pour les traits horizontaux de gauche à droite pour les traits verticaux.
3. Et mettre en place la cotation.
4. Mettre les indications des coupes, des hachures et les écritures.