Centre Universitaire de Mila
Institut des Sciences et de la Technologie
Première Année Master Mathématiques Appliquées et Fondamentales 2017/2018

Matière : *Équations aux différences* Durée : 1h
Responsable : *Y. Halim*

Examen de TD

Exercice 1 :

Résoudre l'équation aux différences :

$$x_{n+2} + 8x_{n+1} + 12x_n = e^n, \quad n = 0, 1, \ldots$$

Exercice 2 :

Soit l'équation aux différences

$$x_{n+1} = \frac{1}{x_n x_{n-1} x_{n-2}}, \quad n \geq 0 \tag{1}$$

avec les valeurs initilaes x_{-2}, x_{-1}, x_0 sont des nombres réels non nules.

1. Montrer que la solution de l'équation (1) est périodique de période p (déterminer la valeur de p).
2. Les points d'équilibres de l'équation (1) sont-ils globalemnet stable ?
3. Déduire la forme de solution de l'équation (1).

Exercice 3 :

Soit l'équation aux différences

$$x_{n+1} = \frac{1}{1 + x_n}, \quad n \geq 0 \tag{2}$$

La solution de l'équation (2) est donner par

$$x_{2n-1} = \frac{F_{2n-1} + F_{2n-2}x_0}{F_{2n} + F_{2n-1}x_0}, \quad x_{2n} = \frac{F_{2n} + F_{2n-1}x_0}{F_{2n+1} + F_{2n}x_0}, n \geq 1$$

avec $\{F_n\}_{n\geq 0}$ est la suite de Fibonacci.
Montrer que le point d'équilibre positif de (2) est globalement attractif.