**Partie I : Modélisation des problèmes sous forme des PLs**

**Exercice 1.**  Une entreprise fabrique deux produits A et B à l’aide de deux matières premières M1 et M2. Elle dispose de 100 unités de M1 et 120 unités de M2. Pour produire une unité de A, on utilise 10 unités de M1 et 12 unités de M2, pour produire une unité de B, on utilise 20 unités de M1 et 16 unités de M2. Le profit tiré de la vente d’une unité de A est estimé à 40 DA celui de B est estimé à 45 DA. On s’intéresse au programme de production de cette entreprise qui donnera le profit maximum. On demande d’exprimer ce problème en tant que PL.

**Exercice 2**. Une unité de production de parpaings fabrique quatre types de produit :
Les parpaings de dimensions respectivement 10cm (noté P1), 15 cm (noté P2), 20cm (noté P3), et l’ourdi (noté P4). Pour la fabrication de ces produits, on utilise quatre matières premières, le sable(M1), le gravier(M2), le ciment(M3) et l’eau (M4), disponibles en quantité respectivement de 5000, 3000 et 2000 unités, l’eau est disponible en quantité illimitée. Le plan de production de l’unité est donné dans le tableau ci-dessous :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ProduitsMatières premières | P1 | P2 | P3 | P4 | Quantité matières premières disponibles |
|  M1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 5000 |
|  M2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3000 |
|  M3 | 0.8 | 1 | 2 | 3 | 2000 |
|  M4 | 1 | 1 | 2 | 2 | / |

Les parpaings sont vendu respectivement à raison de 6, 7, 9 et 10 DA l’unité.
Le problème pour la direction de l’unité est de trouver le nombre maximal de produit P1, P2, P3 et P4 à fabriquer pour avoir un bénéfice maximal, tout en respectant les contraintes de l’unité.

**Problème**. Un appareil peut etre fabriqué à l’aide de 3 processus techniques de production : T1, T2 et T3. Ces processus consomment chacun 4 ressources : E(énergie), MP (matière première), L (main d’ouvre), et K (machine). Les consommations par processus, les ressources disponibles et le prix de revient des pièces sont donnés dans le tableau suivant. L’appareil sera vendu 280€. Trouver la quantité d’appareil à produire afin de maximiser le profit.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E** | **MP** | **L** | **K** | **Prix de revient** |
| **T1** | 3 | 2 | 3 | 5 | 170 |
| **T2** | 2 | 3 | 6 | 4 | 160 |
| **T3** | 4 | 1 | 4 | 5 | 190 |
| **capacité** | 86 | 64 | 156 | 138 |  |

**Partie II (Résolution graphique d’un PL)**

**Exercice 1.** Résoudre le problème PL de l’exercice 1 à l’aide de la méthode graphique.

**Exercice 2.** Déterminer à l’aide de la méthode graphique la solution du PL suivant.

 Min Z= X+Y
 $\left\{\begin{array}{c}X+4Y\geq 8\\4X+Y\geq 8\\X∧\geq 0,Y\geq 0\end{array}\right.$

**Exercice 3.** Résoudre avec la méthode graphique :

Max z =3$x\_{1}$+$x\_{2}$
$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}−x\_{2}\leq 4\\−x\_{1}−x\_{2}\leq −3\\2x\_{1}+x\_{2}\leq 2\\x1,x2\geq 0\end{array}\right.$

**Exercice 4.** Déterminer à l’aide de la méthode graphique la solution du PL suivant. $\left\{\begin{array}{c}10x\_{1}+8x\_{2}=100\\x\_{1}\geq 3\\x\_{2}\leq 4\\x\_{1}\geq 0etx\_{2}\geq 0\\Minz=10x\_{1}+20x\_{2}\end{array}\right.$

**Exercice 5.** On considère une entreprise produisant deux biens en quantités x1 et x2 respectivement sous contraintes de capacités de production relatives à deux ateliers de production. Le programme linéaire correspondant à la maximisation de la marge est le suivant :

Max Z= 3x1+5x2

(a) Déterminer graphiquement le sommet optimal et donner ses coordonnées.

(b) Mettre le problème sous la forme d’´égalité par l’ajout de variables d’´écart.

(c) A l’optimum, quelles sont les variables en base et les variables hors base?

(d) Des progrès importants dans l’organisation du travail permettraient de réduire le temps d’usinage du second bien dans le premier atelier. La première contrainte devient donc αx2 12, où α, le nouveau temps d’usinage, est un paramètre inférieur à 2. Jusqu’`a quelle valeur peut-on faire descendre α pour que la même base (c’est-`a-dire les mêmes variables de base) reste optimale?

(e) En dessous de cette valeur quel est le sommet optimal (donner ses coordonnées) et quelle est la nouvelle base (c’est-`a-dire quelles sont les nouvelles variables de base)?