

Matière : *Équations aux différences*
Responsable : Y. Halim

Durée : 1h 15m

EXAMEN DE TD

Exercice 1 :

Résoudre l'équation aux différences :

$$x_{n+2} + x_{n+1} - 12x_n = n2^n, \quad n = 0, 1, \dots$$

Exercice 2 :

Soit l'équation aux différences de type max

$$x_{n+1} = \frac{\max(x_n, 1)}{x_{n-1}}, \quad n \geq 0 \quad (1)$$

avec $x_{-1} \geq 1, 0 < x_0 \leq 1$.

1. Montrer que la solution de l'équation (1) est périodique de période p (déterminer la valeur de p).
2. Dédire la forme de la solution de l'équation (1).
3. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$.

Exercice 3 :

Soit l'équation aux différences

$$x_{n+1} = \frac{1}{1 + x_n}, \quad n \geq 0 \quad (2)$$

Montrer que la forme de la solution de l'équation (2) est donner par

$$x_{2n-1} = \frac{F_{2n-1} + F_{2n-2}x_0}{F_{2n} + F_{2n-1}x_0}, \quad x_{2n} = \frac{F_{2n} + F_{2n-1}x_0}{F_{2n+1} + F_{2n}x_0}, \quad n \geq 1$$

avec $\{F_n\}_{n \geq 0}$ est la suite de Fibonacci définie par

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, F_0 = 0, F_1 = 1.$$