- كون التكرار النسبي الصاعد والنازل.
- كون التكرار التجميعي الصاعد والنازل.
- كون التكرار التجميعي النسبي الصاعد والنازل.
- حساب النسبة المئوية للشباب الذي كان رأيهم في أن الآداء كان أعلى من درجة متوسط (أي فوق المتوسط+ ممتاز).

الحل:

المتغير	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي fi	التكرار النسبي المئوي $fi_{\%}$	التكرار التجميعي الصاعد $Ni \nearrow$	التكرار التجميعي النازل $Ni \swarrow$	التكرار التجميعي النسبي الصاعد $Fi \nearrow$
ضعيف	2	0,10	10	2	20	0,10
تحت المتوسط	4	0,20	20	6	18	0,30
متوسط	3	0,15	15	9	14	0,45
فوق المتوسط	6	0,30	30	15	11	0,75
ممتاز	5	0,25	25	20	5	1
المجموع	20	1	100	—	—	—

$fi = \frac{n_i}{\Sigma n_i}$

$f_1 = \frac{2}{20} = 0,10$

$fi_{\%} = fi \times 100$

$fi_{\%} = 0,10 \times 100 = 10$

- النسبة المئوية للشباب الذي كان رأيهم في أن الآداء كان أعلى من درجة متوسط هي 30+25=55%

2- الجداول التكرارية للبيانات الكمية:

أ- الجدول التكراري للبيانات الكمية المتقطعة (المنفصلة): يكون الشكل العام للجدول التكراري في حالة البيانات الكمية المتقطعة كالآتي:

- في العمود الأول: نضع قيم المتغير X بصورة فردية ومرتبة ترتيبا تصاعديا.
- العمود الثاني: يمثل عدد المرات التي تتكرر فيها نفس القيمة.

قيم المتغير	التكرار المطلق n_i
X_1	n_1
X_2	n_2
. . .	. . .
X_K	n_K
المجموع Σ	Σn_i

مثال: ليكن لديك السلسلة التالية والتي تمثل عدد الأطفال في كل أسرة في حي يتكون من 20 أسرة.

4	4	3	4	3	4	3	6	4	5
6	1	1	4	2	3	2	4	2	8

المطلوب: عرض البيانات في شكل جدول تكراري.

الحل: 1- الترتيب: 8،6،6،5،4،4،4،4،4،4،4،3،3،3،3،2،2،2،1،1

2- الجدول التكراي:

قيم المتغير x	ni
1	2
2	3
3	4
4	7
5	1
6	2
8	1
Σ	20

من الملاحظ أنه بمجرد أن توضع البيانات في جدول تكراري يصبح من السهل ملاحظة الوتيرة التي تظهر بها قيم المتغير (عدد الأطفال). فمثلا: من السهل تحديد عدد الأسر التي بها عدد الأطفال يساوي 8 وهي أسرة واحدة.

ب- الجدول التكراري للبيانات الكمية المستمرة (المتصلة): حين تشتمل البيانات على عدد كبير من القيم يفضل تجميعها في فئات حتى يسهل عرضها بصورة واضحة.

ويراعى هنا ألا يكون عدد الفئات كبير فتضيع الفائدة من عملية التجميع. وألا يكون عدد الفئات صغير فتضيع معالم التوزيع ويفقد الكثير من تفاصيله.

ولتصميم جدول تكراري يحتوي على عدد مناسب من الفئات يمكن اتباع الخطوات التالية:

1- حساب المدى: ونرمز له بالرمز E

المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في التوزيع.

$$E=X_{Max}-X_{Min}$$

2- تحديد عدد الفئات: ونرمز لها بالرمز NC

- غالبا ما يتراوح عدد الفئات بين 5 إلى 20 فئة، ويعتمد هذا على عدد المفردات في العينة أو المجتمع.
- ما يلاحظ أنه لايوجد قاعدة نظرية محددة لتحديد عدد الفئات، إلا أنه يستحسن الاستعانة ب:

الطريقة 1: **قاعدة sturges**

$$NC= 1+3,33 \text{ Log } (N)$$

حيث N تمثل عدد مفردات العينة أو المجتمع.

الطريقة 2: **قاعدة yule**

$$NC= 2,5\times\sqrt[4]{N}$$

3- حساب طول الفئة: ونرمز له بالرمز L

ويحسب كالتالي:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

$$L = \frac{E}{NC}$$

مع مراعاة تقريب الناتج بالزيادة إلى أقرب عدد صحيح مناسب.

4- **تحديد الفئة الأولى**: نختار أصغر قراءة في البيانات وهي لتكون بداية الفئة الأولى، ويضاف إليها طول الفئة فتحصل على نهاية الفئة الأولى وبداية الفئة الثانية وهكذا...

- مراكز الفئات (منتصف الفئات): ونرمز له بالرمز X_i

ويحسب كالآتي:

$$X_i = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

ملاحظة: عند تفريغ البيانات فإنه يجب أن تنتمي كل مفردة إلى فئة واحدة فقط.

تمرين: سحبت عينة من 30 مزرعة للتعرف على مردوديتها من القمح (بالطن) خلال موسم فكانت النتائج كالتالي:

20	15	12	16	17	16	12	14	20	25	17	20	20	14	29
20	14	16	12	15	14	20	15	17	20	25	14	15	20	12

المطلوب:- حدد المجتمع الاحصائي، الوحدة الاحصائية، الخاصية المدروسة ونوعيتها.

- أعرض البيانات في جدول تكراري؟.
- حدد كلا من f_i ،$f_{i\%}$ ،$N_i\nearrow$
- ماهي نسبة المزارع التي تفوق مردوديتها من القمح أو يساوي 15 (طن) ويقل تماما عن 24 (طن)؟

الحل:

المجتمع الاحصائي	الوحدة الاحصائية	الخاصية المدروسة	نوعيتها
المزارع	المزرعة	مردودية القمح	كمي مستمر

عرض البيانات في جدول تكراري:

- حساب المدى: E

$$E = X_{Max} - X_{Min}$$

$$E = 29 - 12 = 17$$

- تحديد عدد الفئات: NC

نستخدم قاعدة Sturges

$$NC = 1+3,33 \, Log\,(N)$$

$$NC = 1+3,33 \, Log\,(30) = 5,87 \approx 6 \text{ فئات}$$

- حساب طول الفئة: L

$$L = \frac{E}{Nc} = \frac{17}{6} = 2{,}83 \approx 3$$

أي أن الفئة الأولى هي:

[12 , 15 [

C	n_i	f_i	$F_{i\%}$	Ni ↗
[12 , 15 [	9			
[15 , 18 [	10			
[18 , 21 [	8			
[21 , 24 [	0			
[24 , 27 [	2			
[27 , 30 [	1			
Σ	30			

ثانيا– التمثيل البياني لتوزيعات التكرارية:

الأشكال الالية تمثل أهم طرق تمثيل البيانات:

1– شكل الأعمدة:

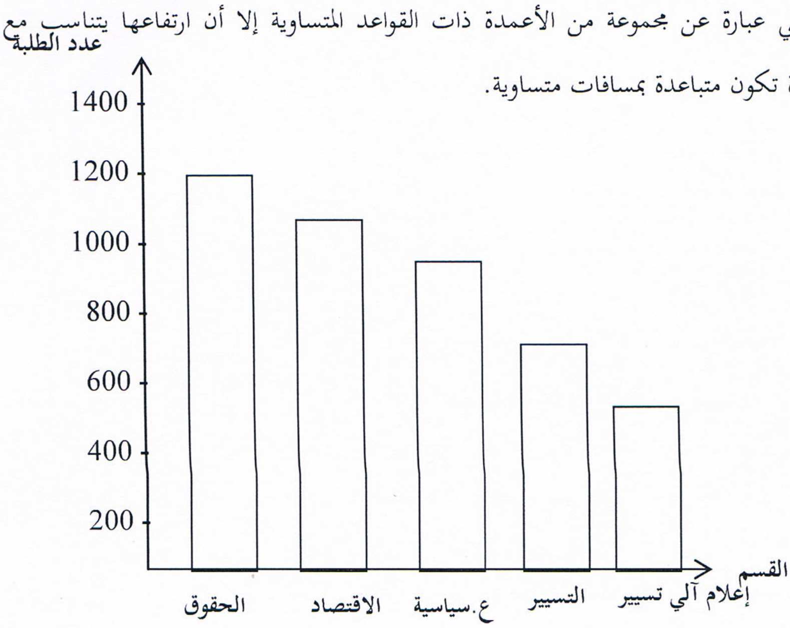
أ– الأعمدة المستطيلة والأعمدة البسيطة: وهو الرسم البياني الملائم لتوزيع متغير وصفي (نوعي) أو متغير كمي متقطع (منفصل).

مثال 01: إليك الجدول التكراري التالي مثل بيانيا هذا المتغير بواسطة أعمدة مستطيلة.

القسم	الحقوق	الاقتصاد	التسيير	علوم سياسية	إعلام آلي تسيير	المجموع
عدد الطلبة	1200	1000	800	600	400	**4000**

– **الأعمدة المستطيلة**: وهي عبارة عن مجموعة من الأعمدة ذات القواعد المتساوية إلا أن ارتفاعها يتناسب مع تكرار كل خاصية، كما أن هذه الأعمدة تكون متباعدة بمسافات متساوية.

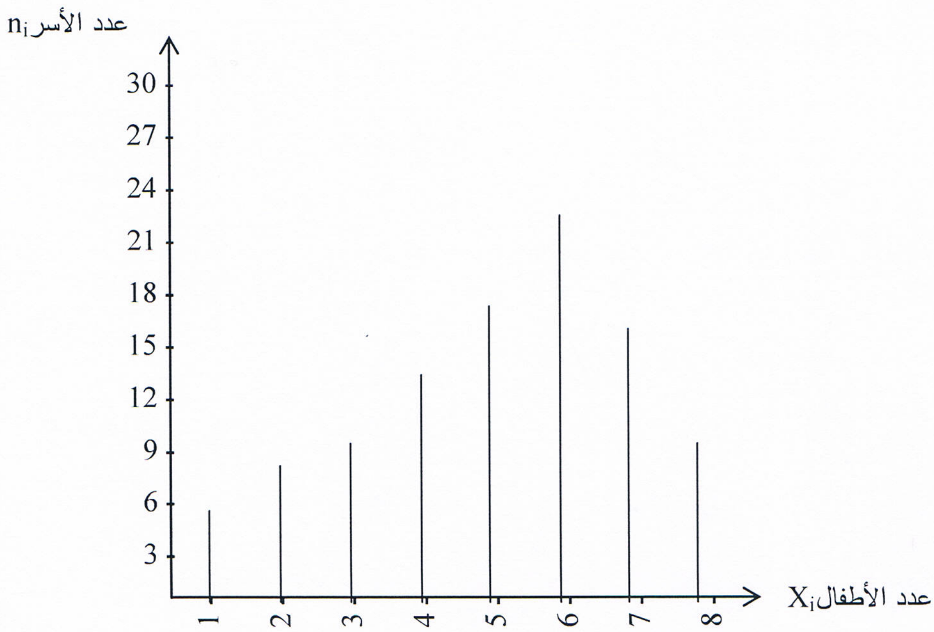
الحل:



مثال 02: يبين الجدول التالي عدد الأطفال في كل أسرة، في حي يتكون من 110 أسرة، المطلوب عرض هذه البيانات بواسطة أعمدة بسيطة.

عدد الأطفال في كل أسرة	عدد الأسر
1	6
2	9
3	10
4	14
5	18
6	25
7	17
8	11
المجموع	110

الحل:



نلاحظ بسهولة أن العمود الذي يقابل القيمة 6 هو أطول الأعمدة وتكراره يساوي 25 ويعني ذلك أن أغلب العائلات لها 6 أطفال.

ب- العمود المجزأ: (عادة ما يستخدم في توزيع متغير وصفي ترتيبي)، وهو عبارة عن مستطيل مقسم إلى عدة أجزاء كل جزء يقابل تكرار معين للخاصية المدروسة.

- لرسم العمود المجزأ نستعمل النسب المئوية المقابلة لكل تكرار حيث طول المستطيل يساوي 100%.

2- شكل الدائرة: وهو الرسم البياني الملائم لتوزيع متغير وصفي (نوعي) أو متغير كمي متقطع (منفصل).

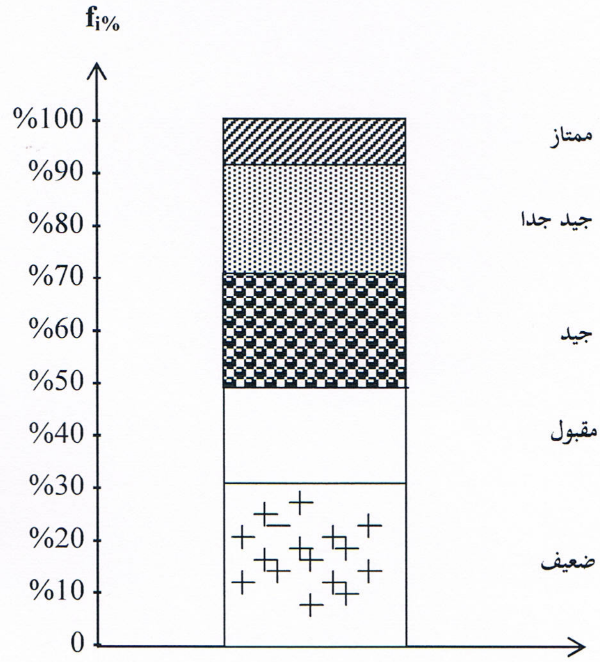
وهو عبارة عن قرص كامل يتم تقسيمه إلى أجزاء. ونتحصل على مقدار الزاوية المطلوب لكل جزء وذلك بضرب التكرار النسبي في 360. $\alpha_i^\circ = f_i \times 360$

مثال 03: أعرض البيانات التالية الخاصة بتقديرات 20 طالب في مادة الاحصاء بواسطة العمود المجزأ.

التقديرات X_i	ضعيف	مقبول	جيد	جيد جدا	ممتاز	المجموع
عدد الطلبة	6	4	4	5	1	**20**

الحل:

x_i	n_i	$f_i\%$
ضعيف	6	30
مقبول	4	20
جيد	4	20
جيد جدا	5	25
ممتاز	1	5
المجموع	20	%100



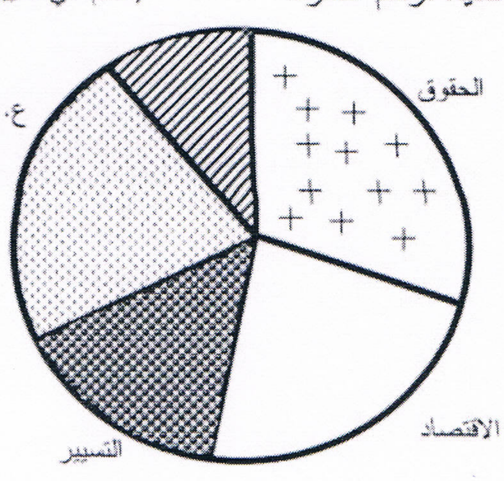
مثال 04: مثل بيانات معطيات المتغير في المثال 01 بواسطة دائرة.

الحل:

أولا: نحسب مقدار الزاوية: $\alpha_i° = f_i \times 360$

القسم	**عدد الطلبة**	f_i	**مقدار الزاوية $\alpha°$**
الحقوق	1200	0,3	°108
الاقتصاد	1000	0,25	°90
التسيير	800	0,2	°72
ع.سياسية	600	0,15	°54
إ. آلي تسيير	400	0,1	°36
المجموع	4000	1	°360

ثانيا: نرسم الدائرة.



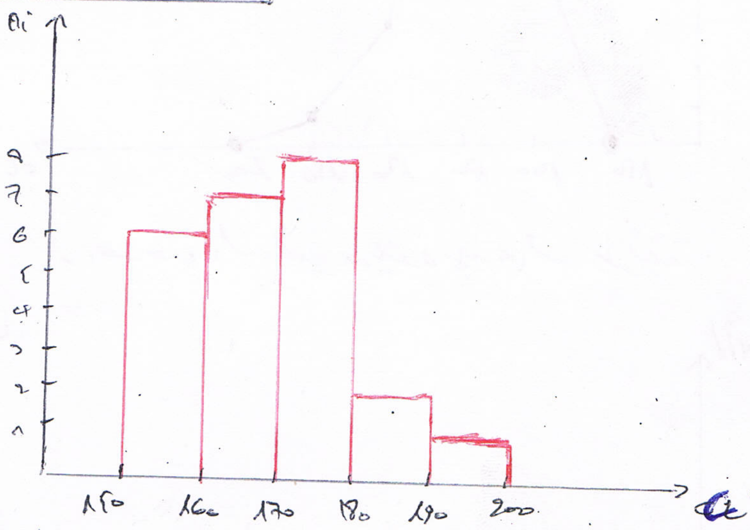
2-3- المدرج التكراري: هو الرسم البياني الملائم لتوزيع متغير كمي مستمر (متصل). وهو عبارة عن عدد من المستطيلات المتلاصقة قواعدها طول كل فئة وارتفاعها يتناسب مع تكرار كل فئة.

أ- المدرج التكراري في حالة الفئات المنتظمة:
(أي الفئات المتساوية في الطول).

مثال: لدينا الجدول الاحصائي التالي: (أطوال الطلبة)

c_i	n_i
[150. 160[	6
[160. 170[	7
[170. 180[	8
[180. 190[	2
[190. 200[	1

المطلوب: مثل بيانيا هذا المتغير بواسطة المدرج التكراري؟



ب- المدرج التكراري في حالة الفئات الغير منتظمة:
(أي الفئات الغير متساوية في الطول) (الطريقة التعديل)

مثال: نبين التوزيع التالي توزيع عمال حسب الاجر اليومي. مثله بيانيا بواسطة المدرج التكراري)

فئات الاجر c_i	n_i
[20. 25[	5
[25. 35[	15
[35. 40[	20
[40. 55[	25
[55. 75[	30
[75. 80[	5
Σ	100

الحل: نلاحظ أن طول الفئات هو هذا مثال غير متساوية وبالتالي نقوم بتعديل التكرارات

حتى يكون هناك تناسب بين طول الفئة والتكرار المقابل لها.

وهناك طريقتين للتعديل:

الطريقة الاولى: وهي أن نقسم التكرار الاصلي لكل فئة على طولها فنحصل على تكرار معدل ~~لكل فئة~~ لجميع الفئات. أي:

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{طول الفئة}} = \frac{n_i}{L_i}$$

الطريقة الثانية: وفيها يتم تعديل تكرار الفئة الغير منتظمة فقط. ويترك الباقي كما هو عليه ويعدل تكرار الفئة الغير منتظمة بالعلاقة التالية:

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{تكرار الفئة الغير منتظمة}}{\text{طول الفئة غير المنتظمة}} \times \text{طول الفئة المنتظمة}$$

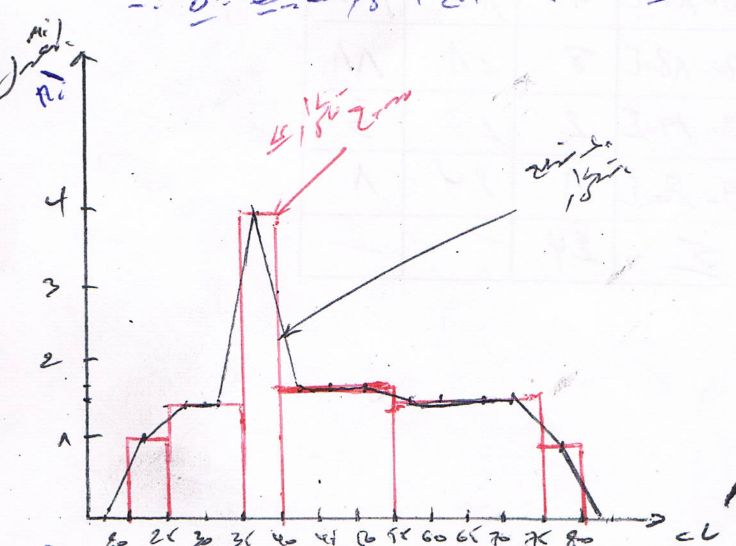
~~التكرار المعدل = تكرار الفئة الغير منتظمة ...~~

سوف نستخدم الطريقة رقم ① في الحل.

$$\text{ت. المعدل} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{الطول}}$$

فئات الاجر c_i	n_i	L	التكرار المعدل n_i'
[20. 25[	5	5	$\frac{5}{5}=1$
[25. 35[	15	10	1,5
[35. 40[	20	5	4
[40. 55[	25	15	1,66
[55. 75[	30	20	1,5
[75. 80[	5	5	1
Σ	100		

ويمكن رسم المدرج التكراري كما يلي:-



ملاحظة: نقوم بتعديل التكرارات (في حالة الفئات الغير منتظمة) ...

2-4- المضلع التكراري: وهو خط بياني للتكرار لفئة المقابلة لمركز الفئة.

ويكون رسم المضلع التكراري بإيصال منتصفات رؤوس مستطيلات المدرج التكراري.

مثال: أرسم المضلع التكراري الخاص بالمثال السابق.

الحل: ① تحديد مراكز الفئات.

② إيصال جميع مراكز الفئات ببعضها بواسطة خطوط مستقيمة.

③ تكملة غلق المضلع.

2-5- المنحنى التكراري: يتم رسم النقاط مثلما اتبع في المضلع التكراري. إلا أنه يرسم باليد ليأخذ شكل انسيابي.

مثال: أرسم المنحنى التكراري للمثال السابق.

2-6- المنحنى المتجمع الصاعد والنازل:

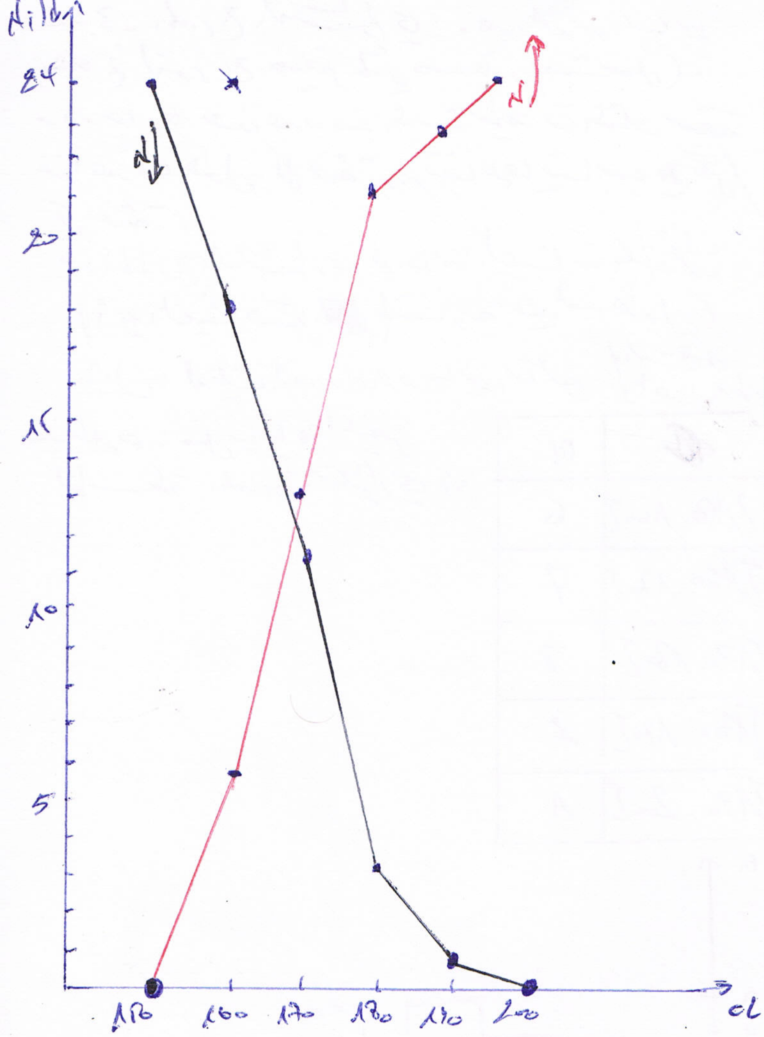
أ. منحنى المتجمع الصاعد: وهو منحنى يمثل التوزيع المتجمع الصاعد حيث نوفق لكل قيمة للتكرار المتجمع الصاعد الحد الأعلى للفئة الموافقة لها.

ب. منحنى المتجمع النازل: وهو منحنى يمثل التوزيع المتجمع النازل حيث نوفق لكل قيمة للتكرار المتجمع النازل الحد الأدنى للفئة الموافقة لها.

مثال: أرسم المنحنى البياني للمتجمع الصاعد والنازل للمثال السابق في نفس المعلم.

الحل: ① تحديد المتجمع الصاعد والنازل أو النسبي المتجمع الصاعد والنازل.

cl	n_i	$N_i\nearrow$	$N_i\searrow$
[150-160[	6	6	24
[160-170[	7	13	18
[170-180[	8	21	11
[180-190[	2	23	3
[190-200]	1	24	1
Σ	24	—	—



أ. المنحنى السلمي: ويكون بهذه الطريقة